

Контрольная работа Основы финансовой математики

Задача 1.4.

Компания «Альфа» начала инвестировать средства в начале 2001 года, имея капитал в размере 10000 долларов. Каждый год, начиная с 2001 года, она получала прибыль, которая составляла 50% от капитала в начале данного года. Найдите прибыль компании в 2004 году:

- а) если каждый год прибыль из оборота не изымалась, а добавлялась к капиталу;
- б) если каждый год прибыль из оборота изымалась.

Решение:

а) Воспользуемся формулой сложных процентов:

$$S = P(1 + i)^n, \text{ где}$$

P – первоначальная сумма;

i – ставка %;

n – срок.

Следовательно, процентные начисления определяются как:

$$I = P(1 + i)^n - P$$

Рассчитаем прибыль компании в 2005 г.:

$$I = 10000 \cdot (1 + 0,5)^4 - 10000 = 40625 \text{ долларов}$$

б) Если прибыль изымается из оборота, то для расчёта применяется формула простых процентов:

$$I = P \cdot i \cdot n = 10000 \cdot 0,5 \cdot 4 = 20000 \text{ долларов}$$

Следовательно, если бы прибыль не изымалась из оборота, то в 2004 г. компания получила бы прибыль в размере 40625 долларов, а если бы изымалась – то 20000 долларов.

Задача 2.4.

Годовая эффективная процентная ставка в банке составляет 12%. Капитализация ежемесячная. Сумма 1 000 000 рублей вложена на 5 месяцев. Найти наращенную сумму вклада.

Решение:

Наращенную сумму вклада вычислим по формуле:

$$S = P(1 + i_{\text{эф}})^n, \text{ где}$$

$i_{\text{эф}}$ – эффективная ставка %.

Тогда:

$$S = 1000000(1 + 0,12)^{5/12} = 1048353 \text{ руб.}$$

Таким образом, наращенная сумма вклада равна 1048353 руб.

Задача 3.4.

Кредит для покупки товара на сумму 1 млн. руб. открыт на три года, процентная ставка - 15% годовых, выплаты в конце каждого месяца, погашение происходит по схеме потребительского кредита. Найдите сумму долга с процентами. Определите размер ежемесячного погасительного платежа.

Решение:

Погашение потребительского кредита по “схеме 78” относится к погашению задолженности в рассрочку. Данный вид погашения является наиболее дорогим среди методов, поскольку предполагается, что проценты на всю сумму задолженности за весь период кредита. Таким образом, масса начисленных процентов оказывается больше, чем при других способах погашения. Далее погашение ведется равными по сумме величинами с перераспределением структуры срочной уплаты в сторону увеличения доли, идущей на погашение основного долга. Аналогично варианту погашения задолженности равными срочными уплатами погашение по “схеме 78” является прогрессивным.

При расчете погашения по “схеме 78” расчет процентов ведется по простой схеме.

Пусть выдан потребительский кредит в сумме D на n лет. Общая сумма задолженности вместе с процентами за весь срок погашения равна

$$S = D(1 + n*i).$$

Поскольку погашение ведется равными долями от общей суммы задолженности, размер срочной уплаты рассчитывается

$$Y = S/n$$

При режиме погашения p раз в год - $Y = S/np$.

В срочной уплате выделяются части, направленные на погашение процентов I_t и основного долга R_t : $Y = I_t + R_t$. При расчете плана погашения определяется размер процентного платежа, а затем - сумма, направленная на погашение основного долга:

$$R_t = Y - I_t.$$

Найдем величину погашения процентов.

Сумма процентов к погашению за весь срок составляет $I = Dni$. Величина I разбивается на суммы процентных платежей в каждой срочной уплате согласно “правилу 78”. Суть метода заключается в следующем. Сумма номеров месяцев в году составляет число 78 ($1 + 2 + 3 + \dots + 12$). Доля процентов, выплачиваемых в первой срочной уплате, составляет $12/78$ от величины I , во второй срочной уплате - $11/78 I$ и т.д. Поскольку последовательность выплаты процентов представляет собой арифметическую прогрессию, “правило 78” можно распространить на платежи для любого срока выплат и с любой периодичностью. Для этого необходимо рассчитать сумму номеров выплат Q за срок кредита и расположить процентные выплаты в последовательности $np/Q, np-1/Q, \dots, 1/Q$. Величина Q - сумма арифметической прогрессии $1, 2, 3, \dots, np$ с первым членом 1 и разностью 1. Эта сумма равна $Q = np(np+1)/2$.

Контрольная работа выполнена на сайте www.MatBuro.ru
 Еще готовые работы: https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=fm
 ©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

Общая сумма погашаемого долга:

$$S = D(1 + in) = 1000(1 + 0,15*3) = 1450 \text{ тыс. руб.}$$

$$\text{Сумма процентов} - I = 450 \text{ тыс. руб.}$$

$$\text{Срочная уплата } Y = 1450/3/12 = 40,28 \text{ тыс. руб.}$$

$$Q = 3*12*37/2 = 666$$

Для первого платежа находим

$$I_1 = 36/666*450 = 24,32 \text{ тыс. руб.}, R_1 = 40,28 - 24,32 = 15,96 \text{ тыс. руб.}$$

В таблице приведены данные о погашении.

Месяц	Остаток долга на начало месяца	Проценты	Погашение долга	Остаток долга на конец месяца
1	1000	24.32	15.95	984.05
2	984.05	23.65	16.63	967.42
3	967.42	22.97	17.30	950.11
4	950.11	22.30	17.98	932.13
5	932.13	21.62	18.66	913.48
6	913.48	20.95	19.33	894.14
7	894.14	20.27	20.01	874.14
8	874.14	19.59	20.68	853.45
9	853.45	18.92	21.36	832.09
10	832.09	18.24	22.03	810.06
11	810.06	17.57	22.71	787.35
12	787.35	16.89	23.39	763.96
13	763.96	16.22	24.06	739.90
14	739.90	15.54	24.74	715.17
15	715.17	14.86	25.41	689.75
16	689.75	14.19	26.09	663.66
17	663.66	13.51	26.76	636.90
18	636.90	12.84	27.44	609.46
19	609.46	12.16	28.12	581.34
20	581.34	11.49	28.79	552.55
21	552.55	10.81	29.47	523.09
22	523.09	10.14	30.14	492.94
23	492.94	9.46	30.82	462.12
24	462.12	8.78	31.49	430.63
25	430.63	8.11	32.17	398.46
26	398.46	7.43	32.85	365.62
27	365.62	6.76	33.52	332.09
28	332.09	6.08	34.20	297.90
29	297.90	5.41	34.87	263.03
30	263.03	4.73	35.55	227.48
31	227.48	4.05	36.22	191.25
32	191.25	3.38	36.90	154.35
33	154.35	2.70	37.58	116.78
34	116.78	2.03	38.25	78.53
35	78.53	1.35	38.93	39.60
36	39.60	0.68	39.60	0
Итого		450	1000	-

Задача 4.4.

По облигации выплачивается 120\$ в конце каждого года на протяжении $n = 10$ лет. Цена погашения облигации 1200\$. Инвестор, заинтересованный в покупке облигации,

собирается реинвестировать купонные платежи на банковский накопительный счет по ставке $i = 6\%$ годовых (эффективной, сложных процентов). Инвестор желает получить внутреннюю доходность этой операции не менее $y = 18\%$ годовых. Какова должна быть цена облигации, чтобы она оказалась привлекательной для инвестора?

Решение:

Цена купонной облигации определяется по формуле:

$$v = \sum_{i=1}^n \frac{k * N}{(1+d)^i} + \frac{N}{(1+d)^n}, \text{ где}$$

k - купонная ставка облигации;

N – цена погашения;

d – доходность.

Тогда:

$$v = \sum_{i=1}^{10} \frac{120}{(1+0,18)^i} + \frac{1200}{(1+0,18)^{11}} = \$733,59$$

Следовательно, цена облигации должна быть равна \$733,59.

Задача 5.4.

Инвестиционный проект характеризуется денежным потоком

время в годах	0	0,5	1	1,5
сумма, млн. руб.	-100	10	15	120

Ставка сравнения 16%.

Найти приведенную стоимость всего этого денежного потока на момент времени через год после начала проекта.

Решение:

Определим приведённую стоимость проекта на момент 1:

$$NPV = -100 * 1,16 + 10 * 1,16^{0,5} + 15 + \frac{120}{1,16^{0,5}} = 21,19 \text{ млн. руб.}$$

Таким образом, приведенная стоимость денежного потока на момент времени через год после начала проекта равна 21,19 млн. руб.

Задача 6.4.

Найдите современную ценность вечной годовой ренты с начислением процентов в конце каждого года по ставке сложных процентов, равной $i = 11,11\%$. Ежегодные выплаты составляют \$100.

Решение:

Современная стоимость вечной ренты рассчитывается по формуле:

$$P_{pst}^{\alpha} = \frac{A}{i}, \text{ где}$$

A – размер ежегодных выплат.

Тогда:

$$P_{pst}^{\alpha} = \frac{100}{0,1111} = \$900,09$$

Следовательно, современная ценность вечной годовой ренты равна \$900,09.

Задача 7.4.

Фирме нужны деньги в кредит на n лет. Фирма может выписать простой вексель и учесть его в банке по простой учетной ставке d. Она может взять ссуду под простые проценты по годовой ставке i_n . Напишите формулу, выражающую учетную ставку d, эквивалентную годовой ставке простых процентов i_n . Ставки i_n и d считать выраженными в виде десятичных дробей.

Решение:

Уравнение эквивалентности ставок i_n и d имеет вид:

$$1 - nd = 1 + i_n n$$

Запишем формулу, выражающую учетную ставку d:

$$d = \frac{1 - i_n n}{n}$$

Задача 8.4.

Переводной вексель выдан на сумму S = 4032000 руб. с уплатой 17.10. Владелец документа учел его 16.01 того же года по учетной ставке d = 20%. Определить полученную при учете сумму и доход банка. Метод учета - коммерческий учет. Метод расчета 360/360.

Решение:

Вексель был учтён за $(30 - 17) + 2*30 + 16 = 89$ дней до погашения. Рассчитаем сумму, полученную при учёте векселя:

$$P = S(1 - d)^n = 4032000*(1 - 0,2)^{89/360} = 3815595 \text{ руб.}$$

Доход банка составил:

$$D = S - P = 4032000 - 3815595 = 216405 \text{ руб.}$$