

Типовой расчет выполнен на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=tr

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Типовой расчет Доверительный интервал и проверка гипотез

Задание. Профсоюзный комитет предприятий отрасли подсчитал % рабочего времени, оплачиваемого по листам нетрудоспособности.

Кол-во дней (%)	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Кол-во человек	4	8	9	18	27	26	16	8	4

Найти доверительный интервал для среднего процента рабочего времени, оплачиваемого по листам нетрудоспособности с надежностью 0,95; 0,99. С надежностью 95% проверить гипотезу о том, что распределение рабочего времени, оплачиваемого по листам нетрудоспособности, подчинено нормальному закону.

На основе расчётов построить диаграмму.

Решение:

Составим расчетную вспомогательную таблицу для вычисления среднего процента рабочего времени \bar{x}_B и среднего квадратического отклонения S .

Кол-во дней, %, x_i	Кол-во человек, n_i	p_i	$x_i p_i$	$x_i^2 p_i$
3	4	0,03333333	0,1	0,3
4	8	0,06666667	0,26667	1,06667
5	9	0,075	0,375	1,875
6	18	0,15	0,9	5,4
7	27	0,225	1,575	11,025
8	26	0,21666667	1,73333	13,8667

Типовой расчет выполнен на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=tr

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

9	16	0,13333333	1,2	10,8
10	8	0,06666667	0,66667	6,66667
11	4	0,03333333	0,36667	4,03333
Сумма	120	1	7,18333	55,0333

Средний процент рабочего времени, оплачиваемого по листам нетрудоспособности:

$$\bar{x}_B = \frac{\sum x_i n_i}{n} = 7,18333\%.$$

Дисперсия:

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2 n_i}{n} - \bar{x}_B^2 = 55,0333 - 7,18333^2 = 3,433056$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3,433056} = 1,852851$$

Доверительный интервал для математического ожидания:

$$\left(\bar{x}_B - \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x}_B + \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Неизвестный параметр t находим из условия: $2\Phi(t) = \gamma$, т.е.

$$2\Phi(t) = 0,95, \quad \Phi(t) = 0,475, \quad t = 1,96;$$

$$2\Phi(t) = 0,99, \quad \Phi(t) = 0,495, \quad t = 2,58.$$

Доверительный интервал для среднего процента рабочего времени, оплачиваемого по листам нетрудоспособности с надежностью 0,95:

$$\left(7,18 - \frac{1,96 \cdot 1,85}{\sqrt{120}}; 7,18 + \frac{1,96 \cdot 1,85}{\sqrt{120}} \right) \rightarrow (6,852; 7,514)$$

Доверительный интервал для среднего процента рабочего времени, оплачиваемого по листам нетрудоспособности с надежностью 0,99:

$$\left(7,18 - \frac{2,58 \cdot 1,85}{\sqrt{120}}; 7,18 + \frac{2,58 \cdot 1,85}{\sqrt{120}} \right) \rightarrow (6,747; 7,619)$$

Типовой расчет выполнен на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=tr

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Проверим гипотезу о нормальном распределении случайной величины X , пользуясь критерием χ^2 (приняв уровень значимости $\alpha = 0,05$).

Критерий χ^2 Пирсона рассчитывается по формуле:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$$

Вычислим значения функции распределения стандартного нормального закона, где аргумент функции является нормированным значением переменной x :

$$u = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

Теоретические частоты вычисляются по формуле:

$$n'_i = \frac{nh}{\sigma} \cdot \varphi(u_i)$$

i	x_i	n_i	u_i	$\varphi(u_i)$	n'_i	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$
1	3	4	-2,26	0,031	2,00771713	1,97696726
2	4	8	-1,72	0,0909	5,88714474	0,75828904
3	5	9	-1,18	0,1989	12,8817722	1,16972687
4	6	18	-0,64	0,3251	21,0551238	0,44330215
5	7	27	-0,10	0,397	25,7117323	0,06454772
6	8	26	0,44	0,3621	23,4514314	0,27696399
7	9	16	0,98	0,2468	15,9840189	1,5978E-05
8	10	8	1,52	0,1257	8,14096913	0,00244102
9	11	4	2,06	0,0478	3,09577028	0,26411242
Σ	–	120	–	–	118,21568	4,95636647

Типовой расчет выполнен на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=tr

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Критическое значение критерия χ^2 при $\alpha = 0,05$ и числе степеней свободы $k = s - 3 = 9 - 3 = 6$:

$$\chi^2_{кр;0,05;6} = 12,59159.$$

Поскольку $\chi^2_{расчетное} = 4,956 < \chi^2_{кр} = 12,6$, это свидетельствует о том, что данные выборки не противоречат гипотезе о нормальном распределении генеральной совокупности.

Построим кривую нормального закона, совместив её с графиком гистограммы распределения, приведя в соответствие масштабы.

