

Практическая работа по дискретной математике

Классификация формул логики с помощью критерия тождественной истинности

Задание. Классифицировать формулы

$$1) \overline{(\overline{xy} \rightarrow x)} \vee y$$

$$2) xy \vee (\overline{xy} \sim \overline{(x \vee y)}(x \vee y))$$

Решение. Используем известные теоремы:

Теорема (критерий тождественной истинности формул):

Для того, чтобы формула алгебры высказываний была тождественно истинной, необходимо и достаточно, чтобы в равносильной ей КНФ были тождественно истинны все элементарные дизъюнкции.

Теорема (критерий тождественной истинности элементарной дизъюнкции):

Для того, чтобы элементарная дизъюнкция была тождественно истинна, необходимо и достаточно, чтобы в ней существовала хотя бы для одной переменной пара - переменная и ее отрицание.

$$1) \overline{(\overline{xy} \rightarrow x)} \vee y$$

Преобразуем данную формулу, используя законы де Моргана и формулу $a \rightarrow b = \overline{a} \vee b$.

Получим:

$$\begin{aligned} F_1 &= \overline{(\overline{xy} \rightarrow x)} \vee y = \overline{(\overline{\overline{xy} \vee x})} \vee y = \overline{\overline{xy} \vee x} \vee y = \\ &= (\overline{\overline{xy}} \cdot \overline{\overline{x}}) \cdot (\overline{y}) = (\overline{xy} \vee \overline{x}) \cdot \overline{x} \cdot \overline{y} = \overline{x} \cdot \overline{x} \cdot \overline{y} \vee \overline{y} \cdot \overline{x} \cdot \overline{y} = \\ &= \overline{x} \cdot \overline{y} \vee \overline{x} \cdot \overline{y} = \overline{x} \cdot \overline{y}. \end{aligned}$$

Полученная элементарная дизъюнкция $\overline{x} \cdot \overline{y}$ не содержит переменную и ее отрицание

Практическая работа выполнена на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

одновременно. Значит, она не тождественно истинна. Значит, не тождественно истинна исходная формула.

Формула нетривиально выполнима.

$$2) xy \vee (\overline{xy} \sim \overline{(x \vee y)}(x \vee y))$$

Преобразуем данную формулу к ДНФ:

$$F_2 = xy \vee (\overline{xy} \sim \overline{(x \vee y)}(x \vee y)) =$$

Используем свойство, что $a \cdot \overline{a} = 0$, откуда:

$$= xy \vee (\overline{xy} \sim 0) =$$

Раскрываем эквивалентность по формуле $x \sim y = x \cdot y \vee \overline{x} \cdot \overline{y}$:

$$= xy \vee (\overline{xy} \cdot 0 \vee \overline{\overline{xy}} \cdot \overline{0}) = xy \vee (0 \vee \overline{\overline{xy}} \cdot 1) = xy \vee \overline{\overline{xy}} =$$

$$= xy \vee (x \vee y) = xy \vee x \vee y = x \vee y.$$

Полученные элементарные дизъюнкции x и y не содержат переменную и ее отрицание одновременно. Значит, они не тождественно истинны. Значит, не тождественно истинна исходная формула.

Формула нетривиально выполнима.