

Решенная контрольная работа по сопромату

Вариант 21

Для заданных стержня, вала, балки определить:

1. опорные реакции
2. построить эпюры внутренних силовых факторов

Исходные данные для расчётов первого домашнего задания в таблице

F_1 , кН	F_2 , кН	q , кН/м	M , кН·м	m_1 , кН·м	m_2 , кН·м	m_3 , кН·м	a , м
8	15	10	18	20	55	90	2,0

Задача 1

Расчетная схема изображена на рис. 1.1.

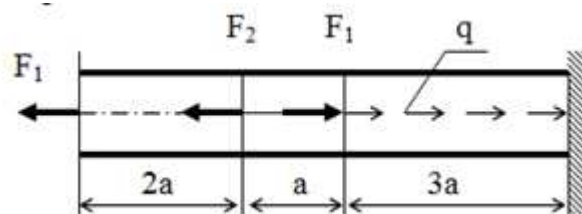


Рисунок 1.1 – Схема стержня

Решение

1. Определим реакцию в заделке:

$$\sum F_y = 0; F_1 + F_2 - F_1 - q \cdot 3a + R = 0;$$

$$R = q \cdot 3a + F_1 - F_1 - F_2 = q \cdot 3a - F_2 = 10 \cdot 6 - 15 = 45 \text{ кН};$$

2. Построим эпюры продольных сил применяя метод сечений, для этого предварительно разобьем стержень на участки и определим:

Участок I $0 \leq z_1 \leq 4 \text{ м}$.

$$N_1 = F_1 = 8 \text{ кН} - \text{const};$$

Участок II $0 \leq z_2 \leq 2 \text{ м}$.

$$N_2 = F_1 + F_2 = 8 + 15 = 23 \text{ кН} - \text{const};$$

Участок III $0 \leq z_3 \leq 6$ м.

$$N_3(z_3) = F_1 + F_2 - F_1 - q \cdot z_3 = F_2 - q \cdot z_3 = 15 - 10 \cdot z_3;$$

$$N_3(0) = 15 \text{ кН}; N_3(6) = 15 - 10 \cdot 6 = -45 \text{ кН};$$

По полученным значениям строим эпюру.

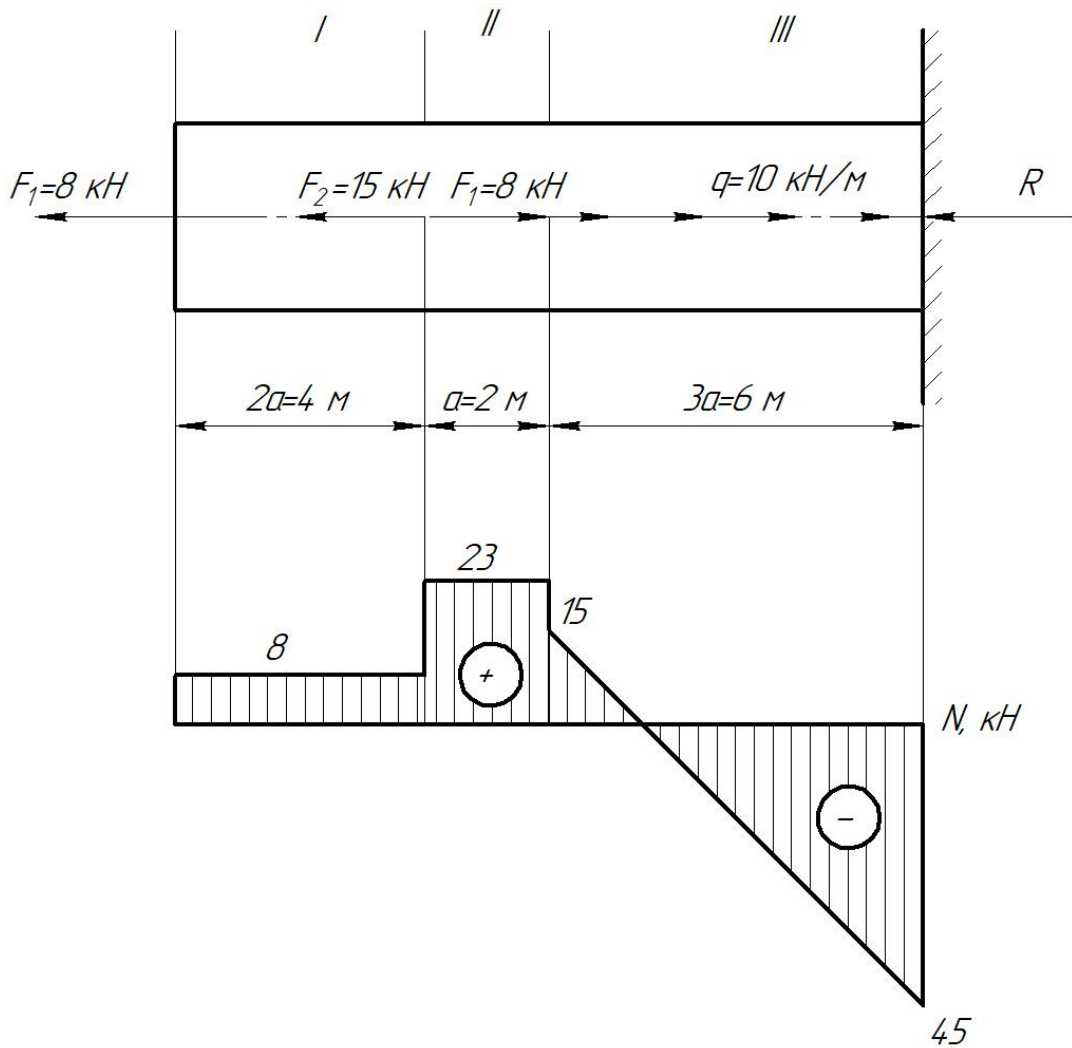


Рисунок 1.2 – Эпюры

Задача 2

Расчетная схема изображена на рис. 2.1.

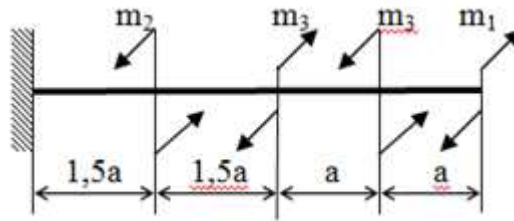


Рисунок 2.1 – Схема стержня

Решение

1. Определим момент в заделке:

$$\sum M_{кр} = 0; -m_1 + m_3 - m_3 + m_2 - m_0 = 0;$$

$$R = -m_1 + m_3 - m_3 + m_2 = -m_1 + m_2 = -20 + 55 = 35 \text{ кН};$$

2. Построим эпюры крутящих моментов, применяя метод сечений, для этого предварительно разобьем стержень на участки и определим:

Участок I $0 \leq z_1 \leq 2 \text{ м}$.

$$M_{кр1} = -m_1 = -20 \text{ кН} - const;$$

Участок II $0 \leq z_2 \leq 2 \text{ м}$.

$$N_2 = -m_1 + m_3 = -20 + 90 = 70 \text{ кН} - const;$$

Участок III $0 \leq z_3 \leq 3 \text{ м}$.

$$N_3(z_3) = -m_1 + m_3 - m_3 = -20 + 90 - 90 = -20 \text{ кН} - const;$$

Участок IV $0 \leq z_4 \leq 3 \text{ м}$.

$$N_3(z_3) = -m_1 + m_3 - m_3 + m_2 = -20 + 90 - 90 + 55 = 35 \text{ кН} - const;$$

По полученным значениям строим эпюру.

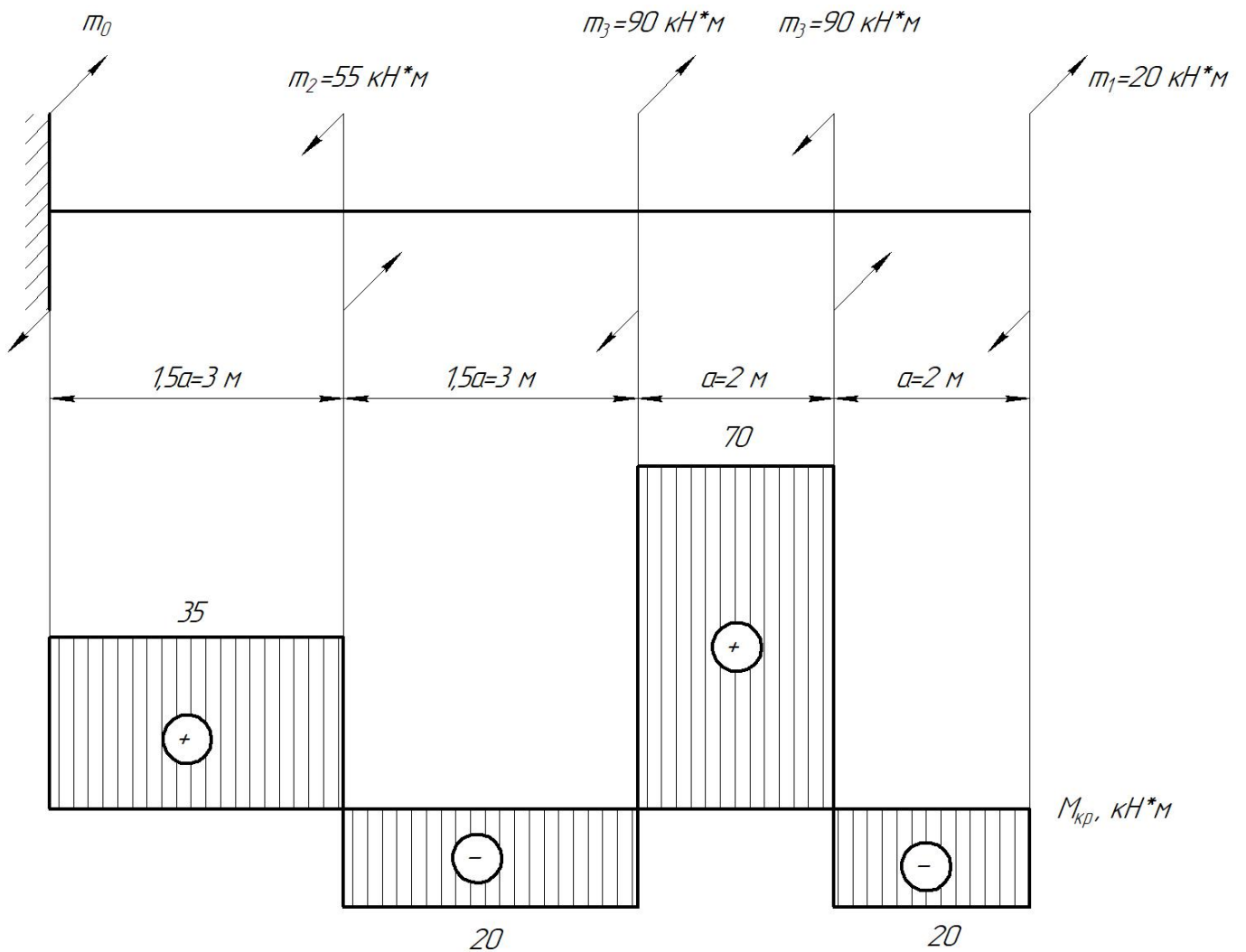


Рисунок 2.2 – Эпюры

Задача 3

Расчетная схема изображена на рис. 3.1.

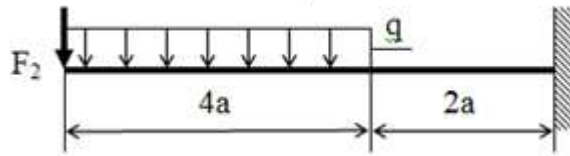


Рисунок 3.1 – Схема консольной балки

1. Определим реакции в заделке:

Реакция защемленного конца состоит из R_A и M_A

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum Y = R_A - F_2 - q \cdot 8 = 0; \quad (1)$$

$$\sum m_A = -M_A + q \cdot 8 \cdot \left(4 + \frac{8}{2}\right) + F_2 \cdot (4 + 8) = 0; \quad (2)$$

$$\sum m_B = -\frac{q \cdot 8^2}{2} + R_A \cdot (4 + 8) - M_A = 0; \quad (3)$$

Из уравнения (1)

$$R_A = F_2 + q \cdot 8 = 15 + 10 \cdot 8 = 95 \text{ (кН)};$$

Из уравнения (2)

$$M_A = q \cdot 8 \cdot \left(4 + \frac{8}{2}\right) + F_2 \cdot (4 + 8) = 10 \cdot 8 \cdot 8 + 15 \cdot 12 = 820 \text{ (кН} \cdot \text{м)};$$

По уравнению (3) произведем проверку найденных реакций

$$\sum m_B = -\frac{10 \cdot 8^2}{2} + 95 \cdot (4 + 8) - 820 \approx 0 \text{ (кН} \cdot \text{м)}.$$

2. Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов применяя метод сечений, для этого предварительно разобьем балку на участки:

Участок I $0 \leq z_1 \leq 8 \text{ м}$,

$$Q_1(z) = -F_2 - q \cdot z;$$

$$Q_1(0) = -15 \text{ кН}; Q_1(8) = -95 \text{ кН};$$

Контрольная работа по сопромату выполнена в www.MatBuro.ru
©МатБюро – Консультации по математике, экономике, праву, естественным наукам
Поможем вам с заданиями по сопромату: www.matburo.ru/sub_subject.php?p=sopr

$$M_1(z) = -F_2 \cdot z - \frac{q \cdot z^2}{2};$$

$$M_1(0) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_1(8) = -440 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_1(4) = -140 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

Участок II $0 \leq z_2 \leq 4 \text{ м}$.

$$Q_2 = -R_A = -95 \text{ кН};$$

$$M_2(z) = R_A \cdot z - M_A;$$

$$M_2(0) = -820 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_2(4) = -440 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По полученным значениям строим эпюру.

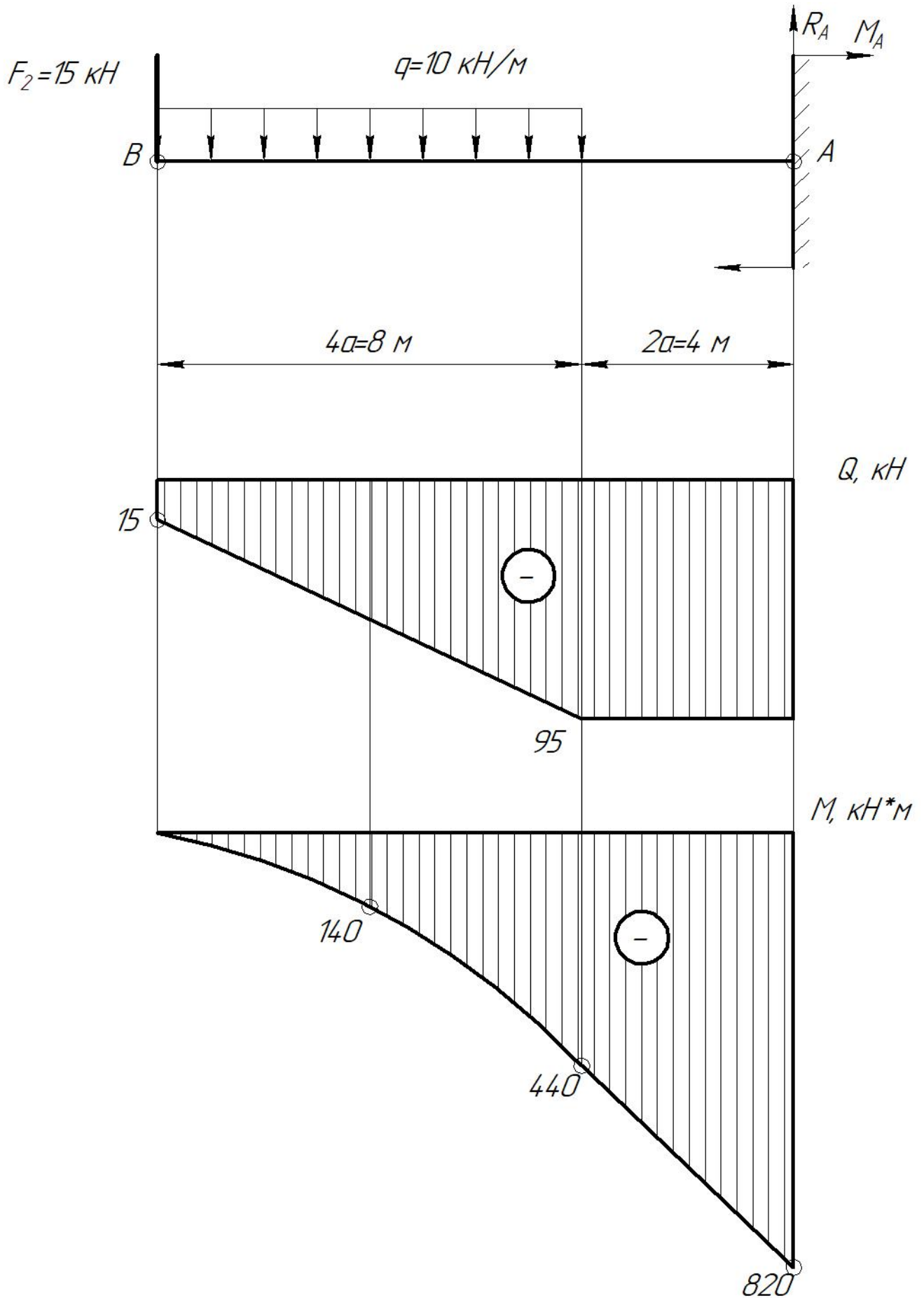


Рисунок 3.2 – Эпюры

Задача 4

Расчетная схема изображена на рис. 4.1.

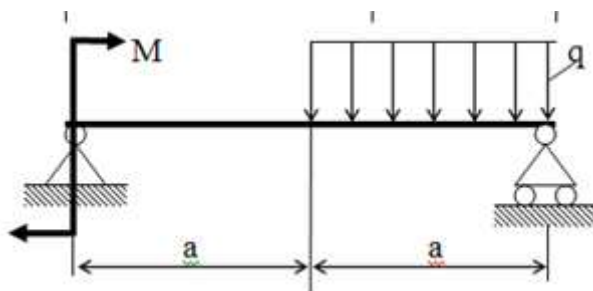


Рисунок 4.1 – Схема двухопорной балки

1. Определим реакции в опорах:

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum Y = R_A + R_B - q \cdot 2 = 0; \quad (1)$$

$$\sum m_A = -q \cdot 2 \cdot \left(2 + \frac{2}{2}\right) - M + R_B \cdot 4 = 0; \quad (2)$$

$$\sum m_B = \frac{q \cdot 2^2}{2} - M - R_A \cdot 4 = 0; \quad (3)$$

Из уравнения (2)

$$R_B = \frac{q \cdot 2 \cdot \left(2 + \frac{2}{2}\right) + M}{4} = \frac{10 \cdot 2 \cdot \left(2 + \frac{2}{2}\right) + 18}{4} = 19,5 \text{ (кН)};$$

Из уравнения (3)

$$R_A = \frac{\frac{q \cdot 2^2}{2} - M}{4} = \frac{\frac{10 \cdot 2^2}{2} - 18}{4} = 0,5 \text{ (кН)};$$

По уравнению (1) произведем проверку найденных реакций

$$0,5 + 19,5 - 10 \cdot 2 = 0 \text{ (кН)}.$$

2. Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов применяя метод сечений, для этого предварительно разобьем балку на участки:

Участок I $0 \leq z_1 \leq 2$ м.

$$Q_1 = R_A = 0,5 \text{ кН};$$

$$M_1(z) = R_A \cdot z + M;$$

$$M_1(0) = 18 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_1(2) = 19 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

Участок II $0 \leq z_2 \leq 2$ м.

$$Q_2(z) = -R_B + q \cdot z;$$

$$Q_2(0) = -19,5 \text{ кН}; Q_2(2) = 0,5 \text{ кН};$$

$$\text{extr} = \frac{R_B}{q} = \frac{19,5}{10} = 1,95 \text{ м.}$$

$$M_2(z) = R_B \cdot z - \frac{q \cdot z^2}{2};$$

$$M_2(0) = -820 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_2(2) = 19 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_2(1,95) = 19,01 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

По полученным значениям строим эпюру.

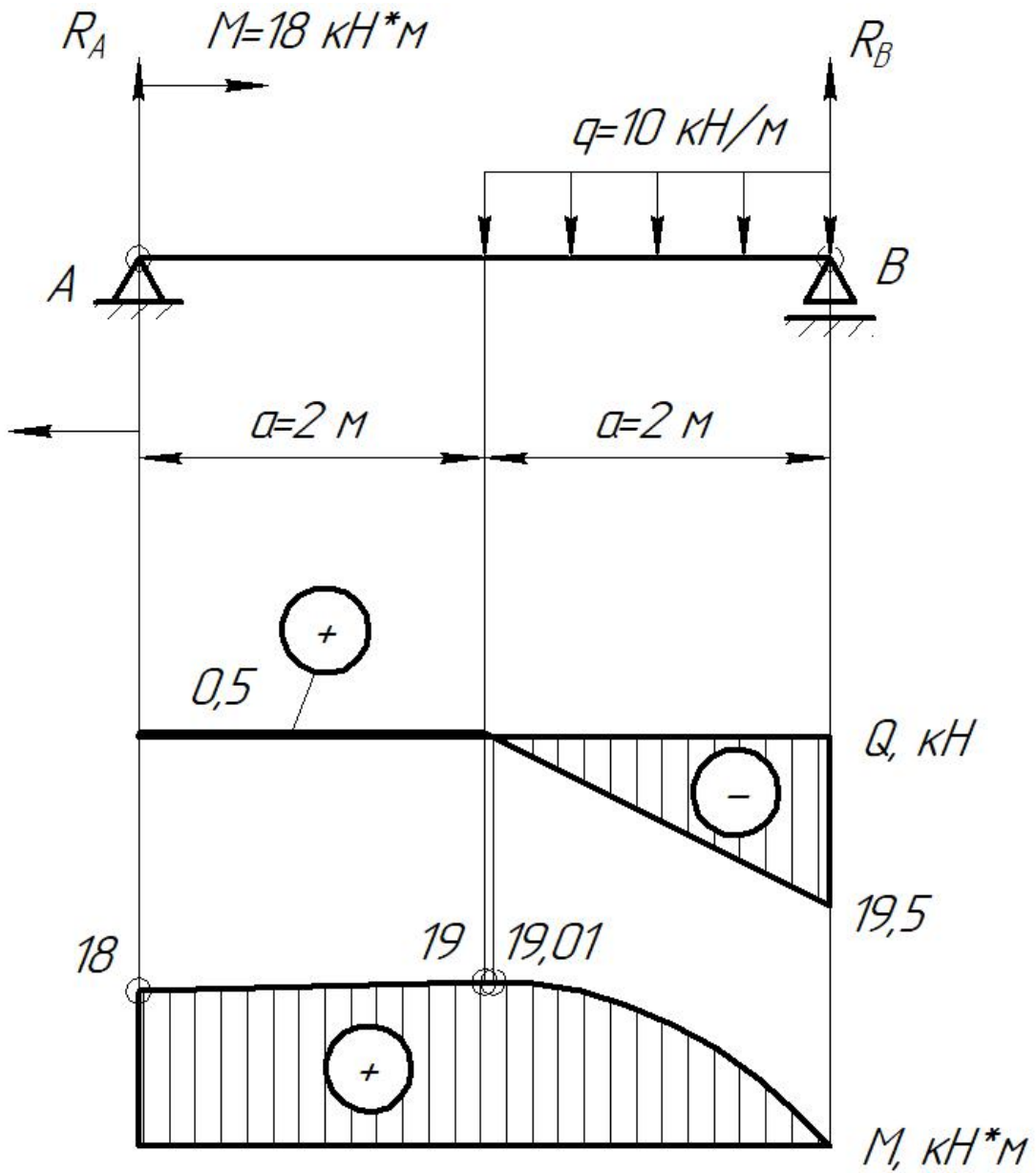


Рисунок 4.2 – Эпюры

Задача 5

Расчетная схема изображена на рис. 5.1.

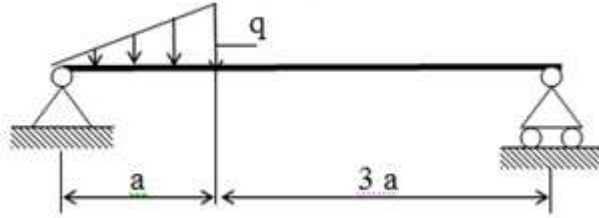


Рисунок 5.1 – Схема двухопорной балки

1. Определим реакции в опорах:

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum Y = R_A + R_B - \frac{q \cdot 2}{2} = 0; \quad (1)$$

$$\sum m_A = -\frac{q \cdot 2}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot 2}{3}\right) + R_B \cdot 8 = 0; \quad (2)$$

$$\sum m_B = \frac{q \cdot 2}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot 1}{3} + 6\right) - R_A \cdot 8 = 0; \quad (3)$$

Из уравнения (2)

$$R_B = \frac{\frac{q \cdot 2^3}{3 \cdot 2}}{8} = \frac{10 \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 8} = 1,67 \text{ (кН)};$$

Из уравнения (3)

$$R_A = \frac{\frac{q \cdot 2}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot 1}{3} + 6\right)}{8} = \frac{10 \cdot 2}{2 \cdot 8} \cdot \left(\frac{2 \cdot 1}{3} + 6\right) = 8,33 \text{ (кН)};$$

По уравнению (1) произведем проверку найденных реакций

$$8,33 + 1,67 - \frac{10 \cdot 2}{2} = 0 \text{ (кН)}.$$

2. Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов применяя метод сечений, для этого предварительно разобьем балку на участки:

Участок I $0 \leq z_1 \leq 2$ м.

$$Q_1(z) = R_A - \frac{q \cdot z^2}{2 \cdot a} = 8,33 - \frac{10 \cdot z^2}{2 \cdot 2} = 8,33 - 2,5 \cdot z^2;$$

$$Q_1(0) = 8,33 \text{ кН}; Q_1(1) = 5,83 \text{ кН}; Q_1(2) = -1,67 \text{ кН};$$

$$M_1(z) = R_A \cdot z - \frac{10 \cdot z^3}{6 \cdot 2} = 8,33 \cdot z - 0,83 \cdot z^3;$$

$$M_1(0) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_1(1) = 7,5 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_1(2) = 10 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

Участок II $0 \leq z_2 \leq 6$ м.

$$Q_2 = -R_B = -1,67 \text{ кН};$$

$$M_2(z) = R_B \cdot z;$$

$$M_2(0) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_2(6) = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По полученным значениям строим эпюру.

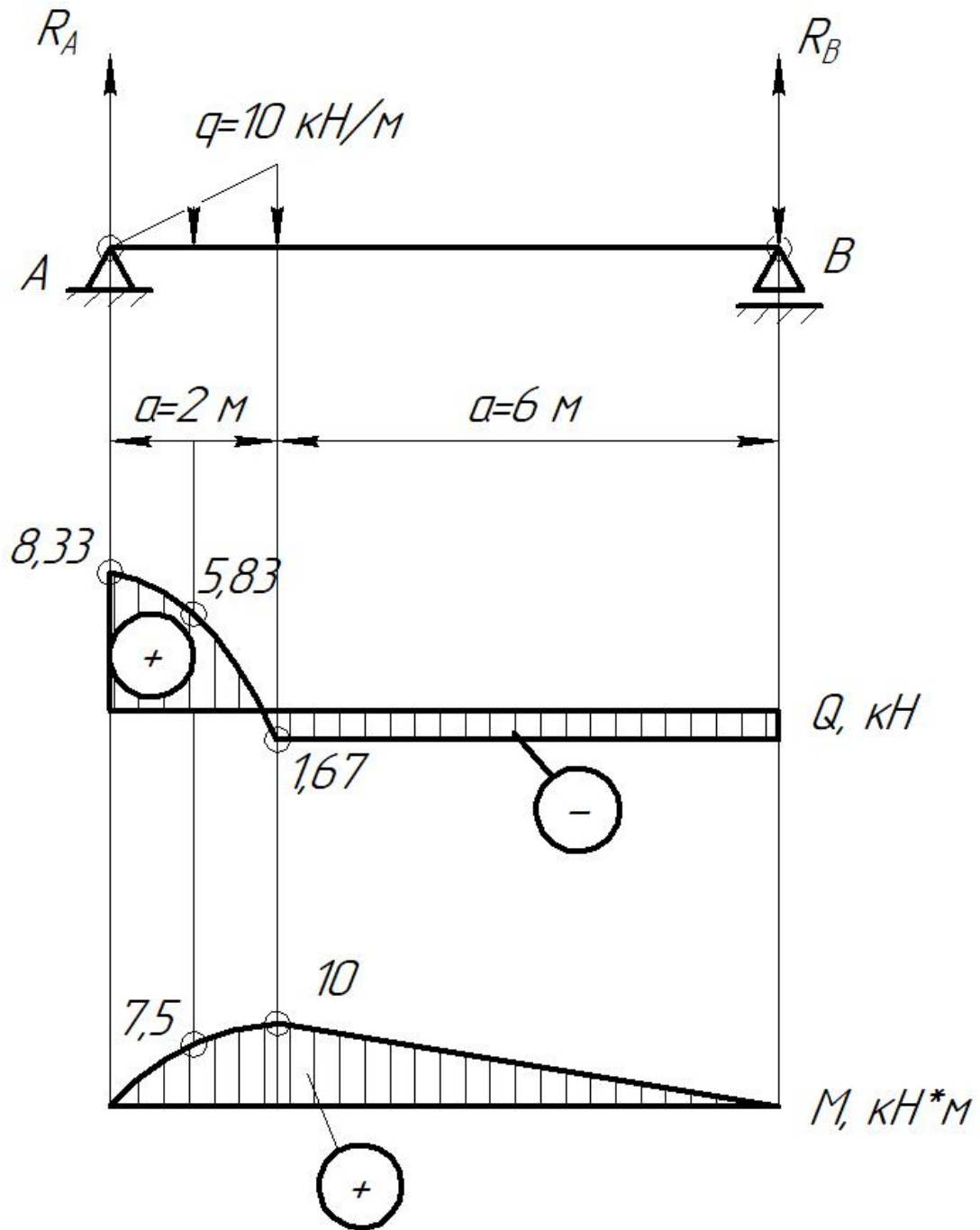


Рисунок 5.2 – Эпюры