

Контрольная работа «Алгебра логики» ИСИКТ

Задание 3. На вопрос: «Кто из трех студентов изучал логику?» получен верный ответ: «Если изучал Филипп, то изучал Арсений, но неверно, что если изучал Артур, то изучал и Арсений». Кто изучал логику?

Решение.

Пусть A - логику изучал Филипп, B – логику изучал Арсений, C - логику изучал Артур. Тогда, выражение «Если изучал Филипп, то изучал Арсений, но неверно, что если изучал Артур, то изучал и Арсений» можно записать в виде формулы $F = (A \rightarrow B) \overline{(C \rightarrow B)}$

Составим таблицу истинности для этой формулы

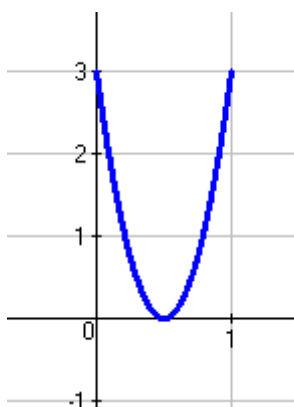
A	B	C	$C \rightarrow B$	$\overline{(C \rightarrow B)}$	$A \rightarrow B$	F
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	0	1	0

Получаем, что данная формула верна только при $C = 1$, значит, логику изучал только Артур.

Задание 7. Является ли функция $f : [0;1] \rightarrow [0;3]$ инъективной, сюръективной, биективной и почему?

$$x \rightarrow 12 \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 \text{ при } x \in [0;1]$$

Решение.



Сделаем чертеж графика функции $y = 12 \left(x - \frac{1}{2} \right)^2$

Тогда получаем, что для любого $x \in [0;1]$ существует единственное значение

$y = 12\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \in [0;3]$, значит, данное отображение является инъективным.

Обратное утверждение неверно, так как к примеру $y = 3 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \end{cases}$. Значит, данное

отображение не является сюръективным, а так как оно не является сюръективным, то оно не является биективным.

Задание 8. Найти средний член разложения $(x+3)^7$.

Решение.

Так как степень нечетная, то существуют два средних члена разложения

Первый член разложения равен $C_7^3 (x)^3 (3)^{7-3} = \frac{7!}{4!3!} x^3 3^4 = 2835x^3$

Второй член разложения равен $C_7^4 (x)^4 (3)^{7-4} = \frac{7!}{4!3!} x^4 3^3 = 945x^4$

Задание 9.

На множестве однозначных натуральных чисел даны два предиката

$P(x)$: «число 3 делитель x », $Q(x): x \leq 6$. Найти множество истинности предиката $P(x) \vee Q(x)$.

Решение

Так как $P(x) \vee Q(x)$, поэтому множество истинности данного предиката – такие x , для которых «число 3 делитель x » или $x \leq 6$. А так как рассматривается множество однозначных натуральных чисел, значит, область истинности есть множество $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}$

Задание 10. Упростить формулу $x \wedge y \vee z \vee \overline{x \wedge y \vee z \wedge (z \wedge y \vee x)}$

Решение.

Преобразуем выражение

$$\begin{aligned}
 x \wedge y \vee z \vee \overline{x \wedge y \vee z} \wedge (z \wedge y \vee x) &= (x \wedge y) \vee z \vee (\overline{(x \wedge y) \vee z}) \wedge (z \wedge y \vee x) = \\
 &= (x \wedge y) \vee z \vee (\overline{(x \wedge y)} \wedge \bar{z}) \wedge (z \wedge y \vee x) = (x \wedge y) \vee z \vee ((\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge \bar{z}) \wedge (z \wedge y \vee x) = \\
 &= (x \wedge y) \vee z \vee (\bar{x} \wedge \bar{z} \vee \bar{y} \wedge \bar{z}) \wedge ((z \wedge y) \vee x) = \\
 &= (x \wedge y) \vee z \vee (\bar{x} \wedge \bar{z} \wedge z \wedge y) \vee \bar{x} \wedge \bar{z} \wedge x \vee (\bar{y} \wedge \bar{z} \wedge z \wedge y) \vee \bar{y} \wedge \bar{z} \wedge x = \\
 &= (x \wedge y) \vee z \vee \bar{y} \wedge \bar{z} \wedge x = x \wedge y \vee z \vee \bar{y} \wedge \bar{z} \wedge x
 \end{aligned}$$

Задание 11. Найти значение булевой функции при $x = 1, y = 0, z = 0, u = 1$
 $(x \vee y \rightarrow z) \vee u$.

Решение.

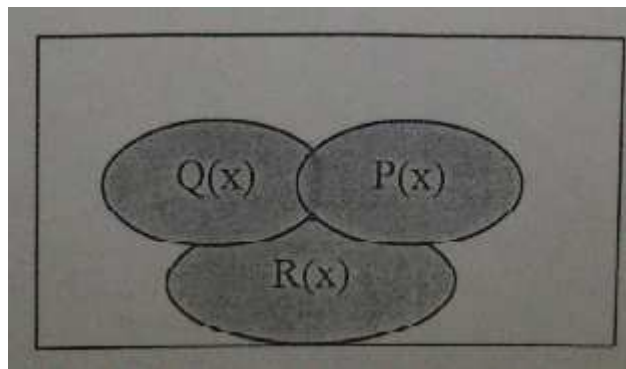
Расставим скобки:

$$(x \vee y \rightarrow z) \vee u = (x \vee (y \rightarrow z)) \vee u$$

Подставляя, получаем:

$$(1 \vee (0 \rightarrow 1)) \vee 1 = (1 \vee 1) \vee 1 = 1 \vee 1 = 1$$

Задание 12. Записать предикаты, полученные в результате логической операции над предикатами $P(x), Q(x), R(x)$, области истинности которых обозначены на рисунке



Решение.

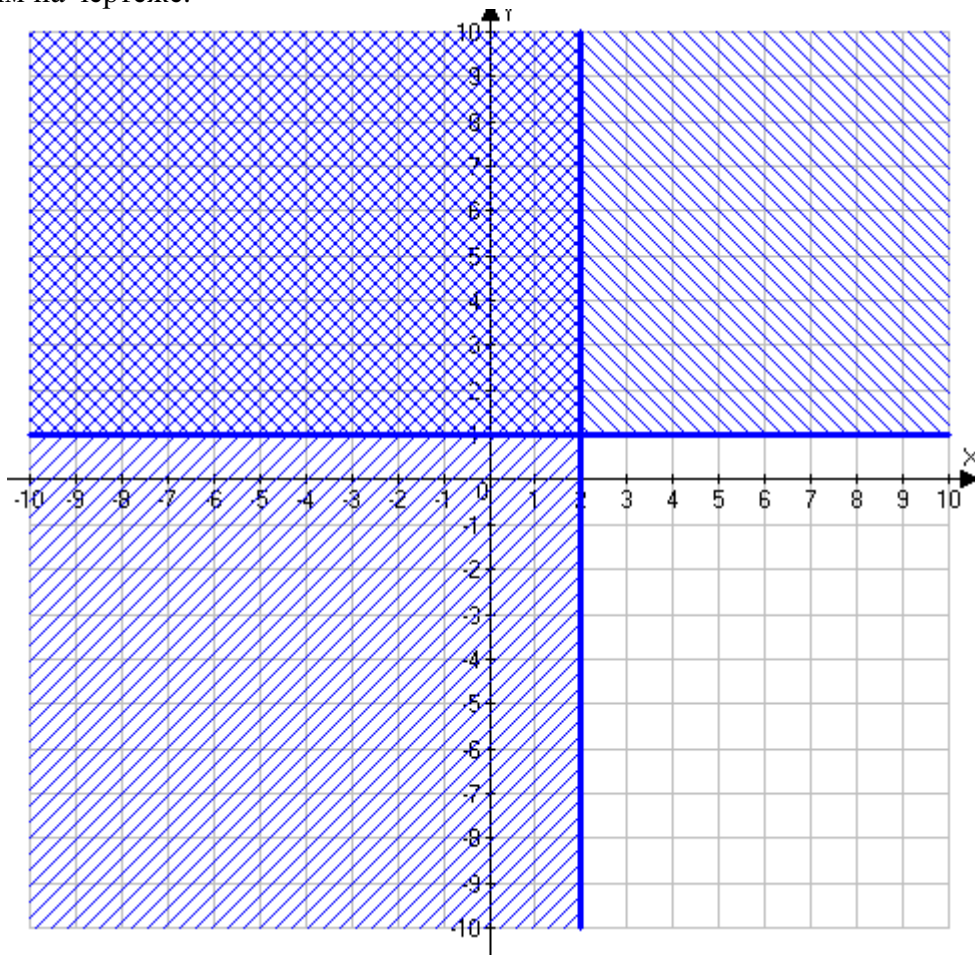
Данный предикат можно записать как объединение предикатов $P(x), Q(x), R(x)$, то есть как предикат $P(x) \vee Q(x) \vee R(x)$

Задание 13. Изобразите на координатной плоскости области истинности предикатов $(\overline{(x > 2)} \wedge (y \geq 1)) \wedge ((x < -1) \vee (\overline{y < -2}))$

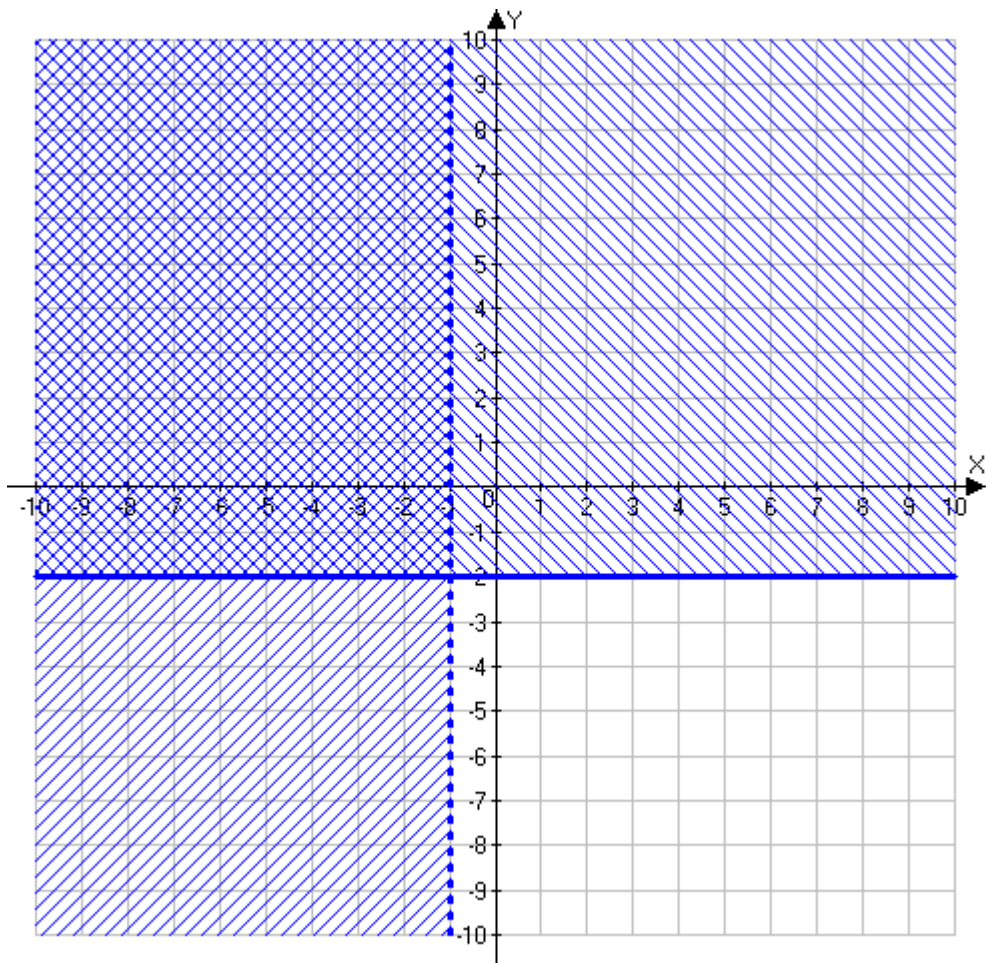
Решение. Преобразуем

$$\left(\overline{(x > 2)} \wedge (y \geq 1)\right) \wedge \left((x < -1) \vee \overline{(y < -2)}\right) \Leftrightarrow ((x \leq 2) \wedge (y \geq 1)) \wedge ((x < -1) \vee (y \geq -2))$$

Изобразим на чертеже.



Область, заштрихованная дважды есть область истинности предиката $(x \leq 2) \wedge (y \geq 1)$



Вся заштрихованная область – область истинности предиката $(x < -1) \vee (y \geq -2)$

Тогда область истинности предиката $\left(\overline{(x > 2)} \wedge (y \geq 1)\right) \wedge \left((x < -1) \vee \overline{(y < -2)}\right)$ может быть изображена следующим образом

Контрольная работа по алгебре логики. Выполнена на www.MatBuro.ru
©МатБюро – Решение заданий математики, экономики, программирования
Сделаем ваши задания на отлично. http://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=al

