Математические методы исследований операций

Контрольная работа (вариант 5)

Задание 1.

Нелинейная оптимизация. Производственные функции.

Заданы коэффициенты a_0, a_1, a_2 ПФ Кобба – Дугласа $q(x_1, x_2) = f(x_1, x_2) = a_0 x_1^{a1} x_2^{a2}$.

- Изобразить изокванту, соответствующую плану (x_1^*, x_2^*). Какое количество продукта выпускается при этом плане?
- Найти первый, второй предельные продукты для плана (x_1^*, x_2^*) и дать экономическую интерпретацию полученным результатам.
- Каким эффектом от расширения масштабов производства характеризуется производственная функция.
- Каковы затраты производителя на покупку ресурсов при плане производства (x_1^*, x_2^*) и заданном векторе цен на ресурсы (w_1, w_2)?
- Найти самый дешёвый (оптимальный) план по ресурсам, обеспечивающий выпуск такого же количества продукции, что и для плана (x_1^*, x_2^*). Найти аналитическое решение этой задачи.

а) методом Лагранжа

б) методом подстановки.

- Сделать геометрическую иллюстрацию решения задачи, изобразив ОДР и целевую функцию линиями уровня.

Вариант	a_0	a_1	a_2	(x_1^*, x_2^*)	(w_1, w_2)
5	16	1/4	1/5	(81, 32)	(6, 5)

$$q(x_1, x_2) = f(x_1, x_2) = 16 x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{1}{5}}$$

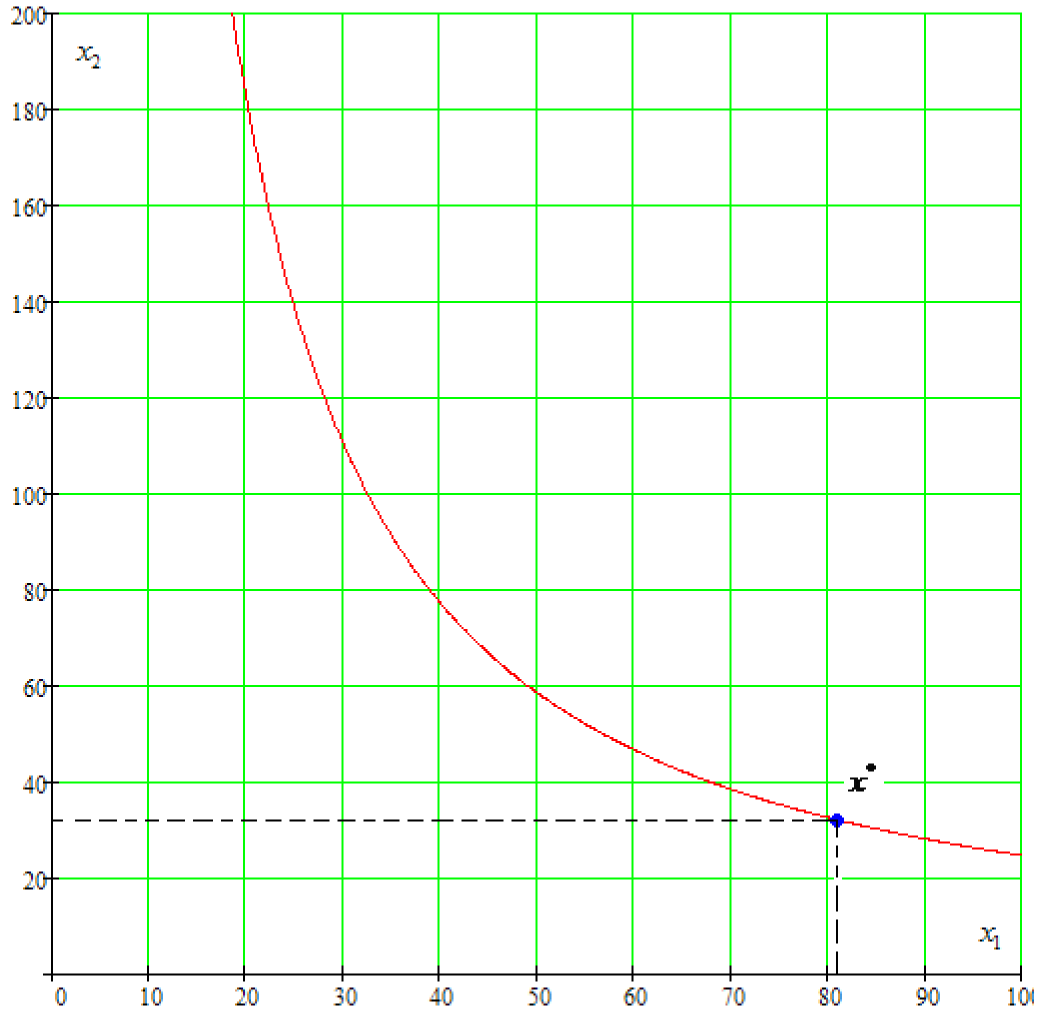
РЕШЕНИЕ

Для начала выясним, какое количество продукта получается при этом плане. Для этого подставим в ПФ значения $x_1^0 = 81$ и $x_2^0 = 32$. Получим $f(81;32) = 16 \cdot 81^{\frac{1}{4}} \cdot 32^{\frac{1}{5}} = 16 \cdot 3^{4 \cdot \frac{1}{4}} \cdot 2^{5 \cdot \frac{1}{5}} = 16 \cdot 3 \cdot 2 = 96$ (ед.).

Построим изокванту - уровень производственной функции. Изоквантой называется множество планов производства, дающих одинаковый объём выпускаемой продукции.

Затраты первого и второго ресурсов для всех планов производства, обеспечивающих выпуск 64 единицы продукции, связаны уравнением: $16 x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{1}{5}} = 96$, отсюда $x_2 = \left(\frac{96}{16 x_1^{1/4}} \right)^5 = \frac{6^5}{x_1^{5/4}} = \frac{7776}{x_1^{5/4}}$.

Графиком полученной функции в пространстве ресурсов является изокванта, соответствующая выпуску 96 единиц продукции.



Затраты на покупку ресурсов при данном плане составят: $x_1^0 \cdot w_1 + x_2^0 \cdot w_2 = 81 \cdot 6 + 32 \cdot 5 = 646$ (ден.ед.)

Вычислим первый и второй предельный продукты для плана $x^* = (81;32)$ - это частные производные ПФ:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 4x_1^{-\frac{3}{4}} x_2^{\frac{1}{5}} \Big|_{(81;32)} = \frac{4 \cdot 32^{\frac{1}{5}}}{81^{\frac{3}{4}}} = \frac{4 \cdot 2^{5 \cdot \frac{1}{5}}}{3^{4 \cdot \frac{3}{4}}} = \frac{8}{27}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{16}{5} x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{-\frac{4}{5}} \Big|_{(81;32)} = \frac{16 \cdot 81^{\frac{1}{4}}}{5 \cdot 32^{\frac{4}{5}}} = \frac{16 \cdot 3^{4 \cdot \frac{1}{4}}}{5 \cdot 2^{5 \cdot \frac{4}{5}}} = \frac{48}{80} = \frac{3}{5}$$

Экономический смысл частных производных ПФ

Предельный продукт первого ресурса при данном плане равен $8/27$, это означает, что при увеличении затрат первого ресурса на единицу и неизменных затратах второго выпуск продукции увеличится примерно на $8/27$ ед.

Предельный продукт второго ресурса при данном плане равен $3/5$, это означает, что при увеличении затрат второго ресурса на единицу и неизменных затратах первого выпуск продукции увеличится примерно на $3/5$ ед.

Решим задачу условной оптимизации аналитическими методами. В нашей задаче $G(x)=6x_1+5x_2 \to \min$ при условии $16x_1^{\frac{1}{4}}x_2^{\frac{1}{5}}=96$.

<u>Решение методом подстановки</u>

Допустимое множество задачи, определяемое уравнением связи $f(x)=16x_1^{\frac{1}{4}}x_2^{\frac{1}{5}}-96=0$, представляет собой неограниченную кривую, график которой приведён выше. Вопрос о существовании решения задачи остаётся открытым.

Выразим из уравнения связи переменную x_1:

$$x_1=\left(\frac{96}{16x_2^{\frac{1}{5}}}\right)^4=\frac{6^4}{x_2^{4/5}}=\frac{1296}{x_2^{4/5}}.$$

Подставим её в функцию $C(x)$:

$$G(x_2)=6\cdot\frac{1296}{x_2^{4/5}}+5x_2 \to \min,\quad x_2>0.$$

Получилась функция от одной переменной, для которой мы должны найти наименьшее значение $(0;\infty)$.

Вычислим производную: $G^{/}(x_2)=-\dfrac{31104}{5}x_2^{-9/5}+5$. Легко видеть, что G имеет единственную критическую точку $x_2=52{,}41$.

Вычислим вторую производную: $G^{//}(x_2)=\dfrac{279936}{25}x^{-14/5}$. Так как $G^{//}(x_2^*)>0$, точка x_2^* - локальный минимум. Более того, поскольку

$G^{//}(x_2) > 0$ для всех $x_2 > 0$, точка x_2^* - глобальный минимум в силу выпуклости функции.

Глобальный минимум x_2^* порождает глобальный минимум (x_1^*, x_2^*) исходной задачи, причём значение x_1^* может быть получено из уравнения связи: $x_1^* = \dfrac{1296}{52{,}41^{4/5}} = 54{,}59$.

Наименьшие затраты на ресурсы при данном оптимальном плане составят

$G(x_1^*, x_2^*) = 6 \cdot 54{,}59 + 5 \cdot 52{,}41 \approx 589{,}59$ (ден.ед.)

Решение методом Лагранжа.

Легко видеть, что целевая функция $G(x) = 6x_1 + 5x_2$ и функция, задающая уравнение связи $f(x) = 16x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{1}{5}} - 96 = 0$ дифференцируемы в любой точке плоскости:

$$\nabla G(x) = (6;5), \quad \nabla f(x) = \left(\frac{4x_2^{1/5}}{x_1^{3/4}}; \frac{16x_1^{1/4}}{5x_2^{4/5}} \right).$$

В нашей задаче нулевой вектор не принадлежит допустимому множеству. Поскольку система, состоящая из одного вектора, линейно зависима тогда и только тогда, когда этот вектор нулевой, то градиент функции, задающей уравнение связи, линейно независим.

Составим функцию Лагранжа:

$$L(x, \lambda) = 6x_1 + 5x_2 - \lambda(16x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{1}{5}} - 96)$$

Найдём критические точки функции Лагранжа, решив систему уравнений:

$$\begin{cases} L_{x1}^{/} = 6 - 4\lambda x_1^{-3/4} x_2^{1/5} = 0 \\ L_{x2}^{/} = 5 - \dfrac{16}{5} \lambda x_1^{1/4} x_2^{-4/5} = 0 \\ L_{\lambda}^{/} = -16x_1^{1/4} x_2^{1/5} + 96 = 0 \end{cases}$$

Из последнего уравнения выразим $x_1 = \frac{1296}{x_2^{4/5}}$ и подставим в первые два уравнения системы:

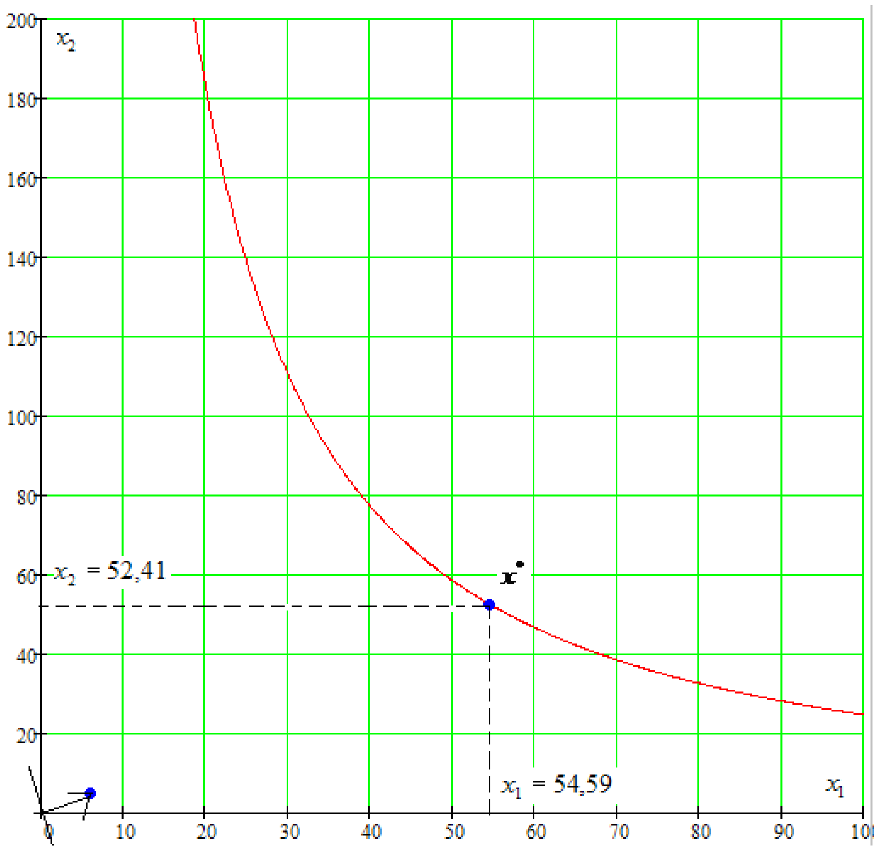
$$\begin{cases} 6 - 4\lambda \cdot \left(\dfrac{1296}{x_2^{4/5}}\right)^{-3/4} x_2^{1/5} = 0 \\ 5 - \dfrac{16}{5}\lambda \cdot \left(\dfrac{1296}{x_2^{4/5}}\right)^{1/4} x_2^{-4/5} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 = 4\lambda \cdot \dfrac{0{,}005}{x_2^{-3/5}} x_2^{1/5} \\ 5 = \dfrac{16}{5}\lambda \cdot \dfrac{6}{x_2^{1/5}} x_2^{-4/5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 = 0{,}02\lambda x_2^{4/5} \\ 5 = 19{,}2\lambda x_2^{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 12{,}63 \\ x_2 = 52{,}41 \\ x_1 = 54{,}59 \end{cases}$$

Запишем критическую точку: $(x_1^*, x_2^*, \lambda^*) = (54{,}59;52{,}41;12{,}63)$, которая порождает критическую точку задачи $(x_1^*; x_2^*)$.

Находим оптимальное значение:

$G(x_1^*, x_2^*) = 6 \cdot 54{,}59 + 5 \cdot 52{,}41 \approx 589{,}59$ (ден.ед.)

Изобразим решение задачи графически.



Задание 2.

Два игрока выбирают числа a и b от 3 до 6. Если сумма чисел больше 9, то первый игрок выигрывает y очков у второго, если сумма чисел меньше 9, то второй выигрывает x рублей у первого. Если сумма чисел равна 9, то ничья. Составить платёжную матрицу для первого игрока и найти решение игры.

Решение

Рассмотрим платёжную матрицу (матрицу выигрышей первого игрока) $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$. Элемент a_{ij}, где i – номер строки в матрице А, j – номер столбца, есть выигрыш первого игрока, при условии, что он выбрал стратегию i, а его противник стратегию j. Положительные элементы соответствуют выигрышу первого игрока, а отрицательные проигрышу первого игрока и соответственно выигрышу второго.

Составим таблицу и соответствующие суммы.

Первый игрок	Второй игрок				
		3	4	5	6
	3	6	7	8	9
	4	7	8	9	10
	5	8	9	10	11
	6	9	10	11	12

Учитываем для первого игрока сумму больше 9 (оставляем с плюсом). Сумму меньше оставляем с минусом. В противном случае ничья. Ничью учитываем как 9.

	Второй игрок				
Первый игрок		3	4	5	6
	3	-6	-7	-8	9
	4	-7	-8	9	10
	5	-8	9	10	11
	6	9	10	11	12

Следовательно, получили матрицу А:

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -7 & -8 & 9 \\ -7 & -8 & 9 & 10 \\ -8 & 9 & 10 & 11 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}.$$

Найдём решение.

Нижняя цена игры находится по формуле $\alpha = \max_{1\le i\le 4} \min_{1\le j\le 4}\{a_{ij}\}$. Согласно формуле, выберем в каждой строке минимальный элемент, а затем из выбранных элементов – максимальный. Получим:

$$\alpha = \max\{-8,-8;-8;9\} = 9.$$

Верхнюю цену игры найдём по формуле $\beta = \min_{1\le j\le 4} \max_{1\le i\le 4} a_{ij}$. Выбирая в каждом столбце максимальный элемент, затем минимальный из полученных элементов, найдём

$$\beta = \min\{9;10;11;12\} = 9.$$

Верхняя и нижняя цена игры совпадают и определяют цену игры $\nu = \alpha = \beta = 9$. Цена игры достигается на элементе, стоящем в четвёртой строке, первом столбце. Таким образом, для первого игрока оптимальной стратегией будет четвёртая, а для второго оптимальной будет первая стратегия. При этом каждый из игроков выиграет по 9 очков, т.е. ничья.

Задание 3.

На рынке преобладают две фирмы. Первая фирма, учитывая стратегии B_1, B_2, B_3, B_4 поведения своего конкурента, разработала свои собственные стратегии A_1 и A_2. Прибыль фирмы a_{ij} в тыс.рублей, когда она выбирает свою стратегию i, а другая фирма выбирает стратегию j, дана в платёжной матрице. Проверить, что игра не имеет седловой точки и найти решение в смешанных стратегиях графическим методом.

Вар. 5	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	0	300	400	500
A_2	300	400	100	200

Решение

Найдём в матричной игре верхнюю и нижнюю цену игры:

$$\alpha = \max\{0{,}100\} = 100,$$

$$\beta = \min\{300;400;400;500\} = 300.$$

Поскольку $\alpha \neq \beta$, то в игре нет седловой точки и она не разрешима в чистых стратегиях. При этом фирма не должна надеяться на прибыль более 300 тыс.рублей, а прибыль 100 тыс.рублей её гарантирована.

Найдём решение игры в смешанных стратегиях. Смешанной стратегией игрока называется полный набор вероятностей применения его чистых стратегий. Обозначим через x_1 и x_2 вероятности выбора первой фирмой стратегий A_1 и A_2. Тогда смешанная стратегия первой фирмы – это набор чисел (x_1, x_2), удовлетворяющих соотношениям $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, $x_1 + x_2 = 1$.

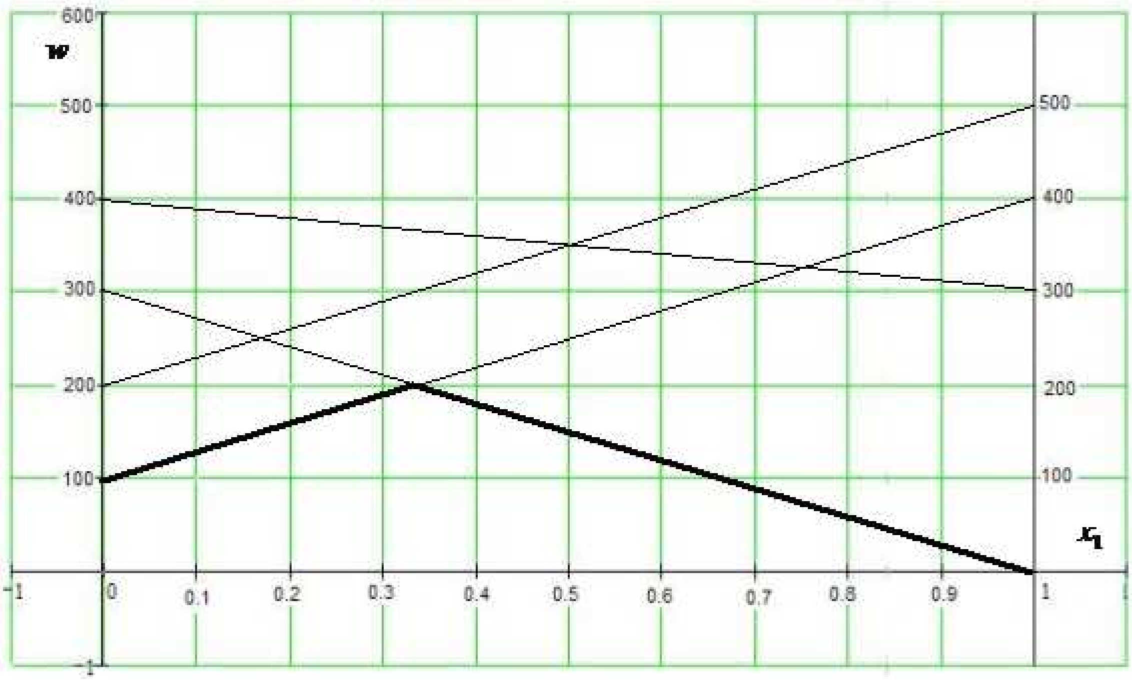
Также введём смешанную стратегию для второй фирмы. Это будет набор вероятностей (y_1, y_2, y_3, y_4), соответствующий выбору второй фирмой стратегий B_1, B_2, B_3, B_4. При этом выполняются соотношения $y_1 \ge 0$, $y_2 \ge 0$, $y_3 \ge 0$, $y_4 \ge 0$, $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 1$.

Ожидаемая прибыль первой фирмы при выборе второй фирмой стратегии B_1 составит $w_1 = 300x_2 = 300(1 - x_1) = 300 - 300x_1$.

Аналогично найдём ожидаемую прибыль первой фирмы при применении второй фирмой стратегий B_2, B_3, B_4 и занесём полученные данные в таблицу:

Чистые стратегии второй фирмы	Ожидаемая прибыль первой фирмы
B_1	$w_1 = 300 - 300x_1$
B_2	$w_2 = 400 - 100x_1$
B_3	$w_3 = 100 + 300x_1$
B_4	$w_4 = 200 + 300x_1$

Ожидаемая прибыль первой формы зависит линейно от одной переменной. Построим графики прямых $w_i(x_1)$ для $i = 1,2,3,4$ в одной системе координат wOx_1.



Первая фирма выбирает такие стратегии, чтобы максимизировать свою минимально ожидаемую прибыль. Линия, определяющая минимальную прибыль, выделена на графике полужирной ломаной, она называется нижней огибающей. Её максимальное значение достигается в точке x_j^* пересечения прямых $w_1(x_1)$ и $w_3(x_1)$. Для нахождения этой точки надо решить уравнение

$$\begin{aligned}
&300-300x_1=100+300x_1\\
&-300x_1-300x_1=100-300\\
&-600x_1=-200\\
&x_1=\frac{1}{3}
\end{aligned},$$

Это означает, что фирма должна с вероятностью $x_1^*=\frac{1}{3}$ выбирать стратегию A_1 и с вероятностью $x_2^*=\frac{2}{3}$ выбирать стратегию A_2. Значение прибыли первой фирмы в оптимальной точке x_j^* будет определять цену игры $v=w_1(x_1^*)=300-300\cdot\frac{1}{3}=200$ тыс.рублей.

Поскольку оптимальное значение цены игры достигается при выборе второй фирмой стратегий B_1 и B_3, то оптимальная смешанная стратегия второй фирмы получится, если положить $y_2=y_4=0$ и найти вероятности выбора стратегий y_1 и $y_3=1-y_1$.

После исключения из рассмотрения двух стратегий с нулевыми вероятностями, матрица выигрышей будет следующая:

$$\begin{pmatrix} 0 & 400 \\ 300 & 100 \end{pmatrix}.$$

Вторая фирма стремиться минимизировать свои максимальные убытки. Найдём оптимальную стратегию для второй фирмы.

Чистые стратегии первой фирмы	Ожидаемые убытки второй фирмы
A_1	$\overline{w}_1=400(1-y_1)$

A_2	$\overline{w}_3 = 300y_1 + 100(1-y_1)$

Составим уравнение, чтобы найти оптимальную вероятность выбора первой стратегии для второго игрока:

$$400(1-y_1) = 300y_1 + 100(1-y_1)$$
$$400 - 400y_1 = 300y_1 + 100 - 100y_1$$
$$-400y_1 - 200y_1 = 100 - 400$$
$$-600y_1 = -300$$
$$y_1 = \frac{1}{2}$$

Решением этого уравнения будет вероятность $y_1^* = \frac{1}{2}$. Соответственно вероятность $y_3^* = \frac{1}{2}$.

Таким образом, цена игры v составит 200 тыс. руб. Оптимальная стратегия первой фирмы $x_{\text{опт}} = (\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$, а оптимальная стратегия второй фирмы $y_{\text{опт}} = (\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0)$.

Задание 4.

В городе N предприниматель рассматриваем вопрос о поставке партии определённых товаров на рынок. Выгодность этой операции зависит от ряда факторов: стратегий конкурентов, объёмов поставок, время экспозиции товара на рынке, уровень спроса и т.д. Маркетинговая служба провела исследования на рынке аналогичных товаров и выявила четыре возможных состояния s_1, s_2, s_3, s_4, различающихся по предпочтительности для продвижения собственных товаров. Предприниматель разработал четыре собственные стратегии продвижения товаров a_1, a_2, a_3, a_4, а аналитический отдел предприятия вычислил величину прибыли для каждой пары стратегий.

Результаты расчётов выгоды в рублях в зависимости от состояния рынка и выбранной предпринимателем стратегии приведены в таблице для каждого варианта. Выбрать оптимальные стратегии для предпринимателя, используя критерии Вальда, Лапласа, Гурвица (γ выберите самостоятельно) и Сэвиджа. Какую стратегию выбрали бы Вы и почему?

Вар.5	s_1	s_2	s_3	s_4
a_1	31165	34080	19505	2015
a_2	5310	16970	11140	8225
a_3	20325	40730	2835	20325
a_4	28120	19375	33950	2715

Решение

Рассматриваемая задача относится к играм с природой. В качестве второго игрока в таких играх может выступать природа, покупательский спрос, фирма – конкурент и т.д. В таких задачах всегда присутствует неопределённость, вызванная отсутствием информации об условиях, в которых действует второй игрок. Первый игрок в играх с природой старается действовать осмотрительно, второй игрок (природа, покупательский спрос) действует случайно.

Согласно критерию Вальда, который ещё называют максиминным критерием, надо для каждой стратегии предпринимателя оценить наименьшую выгоду, а потом из них выбрать самую большую. То есть выбрать ту стратегию, при которой гарантированная прибыль будет наибольшей. Найдём такую величину для нашей таблицы:

$$\max_i \min_j a_{ij}.$$

Если выбрать стратегию a_1, то гарантированная прибыль будет составлять 2015 руб., независимо от состояния рынка. При выборе стратегии a_2 - 5310 руб., при выборе стратегии a_3 – 2835 руб., при выборе стратегии a_4 – 2715 руб. Максимальная из гарантированных сумм получается при стратегии a_2 - 5310 руб. Таким образом, если предприниматель не хочет рисковать, а хочет всего лишь выбрать «лучшее из худшего», ему следует выбрать вторую стратегию. При этом его выгода может составлять и 16970 руб., и 11140 руб., и 8225 руб., но меньше гарантированной суммы 5310 руб. он точно не получит, а эта сумма значительнее, чем при выборе других стратегий.

Перейдём к критерию Лапласа. Этот критерий предполагает, что все состояния s_1, s_2, s_3, s_4 наступают с равной вероятностью и нам следует выбрать ту стратегию, средняя прибыль для которой будет наибольшей. Для каждой стратегии вычислим величину $\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} a_{ij}$ и выберем из них наибольшую.

Средняя прибыль для стратегии a_1 будет равна

$$\frac{1}{4}(31165 + 34080 + 19505 + 2015) = 21691{,}25.$$

Для стратегии a_2 получим

$$\frac{1}{4}(5310 + 16970 + 11140 + 8225) = 10411{,}25$$

Для стратегии a_3 получим

$$\frac{1}{4}(20325 + 40730 + 2835 + 20325) = 21053{,}75$$

Для стратегии a_4 получим

$$\frac{1}{4}(28120 + 19375 + 33950 + 2715) = 21040$$

Окончательно выбираем

$$\max\{21691{,}25; 10411{,}25; 21053{,}75; 21040\} = 21691{,}25.$$

Наибольшая средняя прибыль получается при выборе предпринимателем первой стратегии.

Таким образом, если он не боится рискнуть и хочет всё – таки получить не плохую прибыль, ему следует, согласно критерию Лапласа выбрать стратегию a_1.

Критерий Гурвица несколько сложнее двух предыдущих и может давать различные решения, в зависимости от того, насколько игрок готов к риску. В качестве количественной характеристики для каждой стратегии используют линейную комбинацию наилучшего и наихудшего результата по данной стратегии, а именно:

$$\gamma \max_j a_{ij} + (1-\gamma) \min_j a_{ij},$$

где γ называется коэффициентом Гурвица. Выбирается та стратегия, для которой данная величина максимальная.

Коэффициент Гурвица определяет степень пессимизма – оптимизма и изменяется на промежутке $\gamma \in [0;1]$. При $\gamma = 0$ критерий Гурвица совпадает с критерием Вальда, при $\gamma = 1$ - это крайне оптимистический критерий, то есть игрок выбирает стратегию с саамы большим из возможных выигрышей, несмотря на риски. При выборе значения γ следует руководствоваться следующим правилом: чем хуже последствия ошибочных решений, тем γ выбирается ближе к 0.

Выберем $\gamma = 0{,}8$. Для стратегий a_1, a_2, a_3, a_4 получим

$$\gamma \max_j a_{1j} + (1-\gamma) \min_j a_{1j} = 0{,}8 \cdot 34080 + 0{,}2 \cdot 2015 = 27667,$$

$$\gamma \max_j a_{2j} + (1-\gamma) \min_j a_{2j} = 0{,}8 \cdot 16970 + 0{,}2 \cdot 5310 = 14638,$$

$$\gamma \max_j a_{3j} + (1-\gamma) \min_j a_{3j} = 0{,}8 \cdot 40730 + 0{,}2 \cdot 2835 = 33151,$$

$$\gamma \max_j a_{4j} + (1-\gamma) \min_j a_{4j} = 0{,}8 \cdot 33950 + 0{,}2 \cdot 2715 = 27703.$$

Максимальное значение по критерию Гурвица достигается при четвёртой стратегии, при этом мы выбираем коэффициент $\gamma = 0{,}8$ достаточно большой, что говорит об оптимизме предпринимателя.

Перейдём к критерию Сэвиджа. Суть критерия состоит в том, чтобы не допустить чрезмерно высоких потерь. Для этого строится матрица «сожалений», элементы которой вычисляются по формуле

$$r_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}.$$

Величина сожалений вычисляется для каждой возможной ситуации как разность между наилучшим при данном состоянии природы результатом и всеми текущими. Сожаление r_{ij} показывает, какой убыток понесёт игрок (фирма), если при состоянии s_j не выберет наилучшей стратегии с максимальным значением a_{ij} в этом столбце.

В нашей задаче матрица сожалений будет выглядеть следующим образом:

r_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
a_1	31165-31165	40730-34080	33950-19505	20325-2015
a_2	31165-5310	40730-16970	33950-11140	20325-8225
a_3	31165-20325	40730-40730	33950-2835	20325-20325
a_4	31165-28120	40730-19375	33950-33950	20325-2715

Далее лучшую стратегию выбирают по принципу минимакса:

$$\min_i \max_j r_{ij}$$

r_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4	$\max_j r_{ij}$
a_1	0	6650	14445	18310	18310
a_2	25855	23760	22810	12100	25855
a_3	10840	0	31115	0	31115

a_4	3045	21355	0	17610	21355

Из последней таблицы понятно, что минимальное значение максимального риска достигается при выборе первой стратегии.

Вывод:

Критерий	Выбор стратегии
Вальда	Вторая – 5310 руб.
Лапласа	Первая – 21691,25 руб.
Гурвица	Четвёртая – 27703 руб.
Сэвиджа	Первая – 18310 руб.

Третья стратегия не берётся во внимание. Если не бояться рисковать, то при выборе четвёртой стратегии по критерию Гурвица получаем наибольшую прибыль – 27703 руб. Но при этом, в случае провала, согласно критерию Сэвиджа, если применим четвёртую стратегию мы рискуем потерять 21355 рублей. Прибыль в случае провала составит 27703-21355=6348 руб.

Кроме этого выбор первой стратегии по критерию Лапласа составляет 21691,25 руб., да и согласно критерию Сэвиджа мы теряем меньше всех остальных стратегий 18310 руб.: прибыль в случае провала 21691,25-18310=3381,25 руб., что значительно меньше, чем при выборе четвёртой стратегии по критерию Гурвица.

Следовательно, оптимальной стратегией будет четвёртая стратегия по критерию Гурвица с прибылью 27703 руб.