

## Вариационное исчисление, задача с решением

ЗАДАНИЕ. *Найти вариацию функционала*

$$\int_0^1 (x + y') \ln \sin y' dx.$$

РЕШЕНИЕ.

Найдем вариацию функционала  $V[y] = \int_0^1 (x + y') \ln \sin y' dx$ .

Согласно второму определению вариации [1, с.8],

$$\delta V = \left[ \frac{d}{d\alpha} \int_a^b F(x, y + \alpha \delta y, y' + \alpha \delta y') dx \right]_a^b.$$

Здесь  $\delta y'$  - вариация производной  $y'(x)$  аргумента  $y(x)$ . Вычисляя производную  $V[y]$ , по параметру  $\alpha$ , получаем

$$\int_a^b [F_y(x, y + \alpha \delta y, y' + \alpha \delta y') \delta y + F_{y'}(x, y + \alpha \delta y, y' + \alpha \delta y') \delta y'] dx.$$

Полагая  $\alpha = 0$ , находим вариацию функционала  $V[y]$ :

$$\delta V = \int_a^b (F_y \delta y + F_{y'} \delta y') dx.$$

В нашем случае  $F = (x + y') \ln \sin y'$ . Тогда

$$F_y = 0, \quad F_{y'} = \frac{x}{\sin y'} \cos y' + \frac{y'}{\sin y'} \cos y' + \ln \sin y' = (x + y') \operatorname{ctg} y' + \ln \sin y'.$$

Имеем:

$$\delta V = \int_0^1 ((x + y') \operatorname{ctg} y' + \ln \sin y') \delta y' dx.$$

$$\text{Ответ: } \delta V = \int_0^1 ((x + y') \operatorname{ctg} y' + \ln \sin y') \delta y' dx..$$

Задача с решением по вариационному исчислению  
скачана с [https://www.matburo.ru/ex\\_dr\\_all.php?p1=vi](https://www.matburo.ru/ex_dr_all.php?p1=vi)  
(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- [1] Тракимус Ю.В. Основы вариационного исчисления в примерах и задачах:  
Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. – 48 с.