

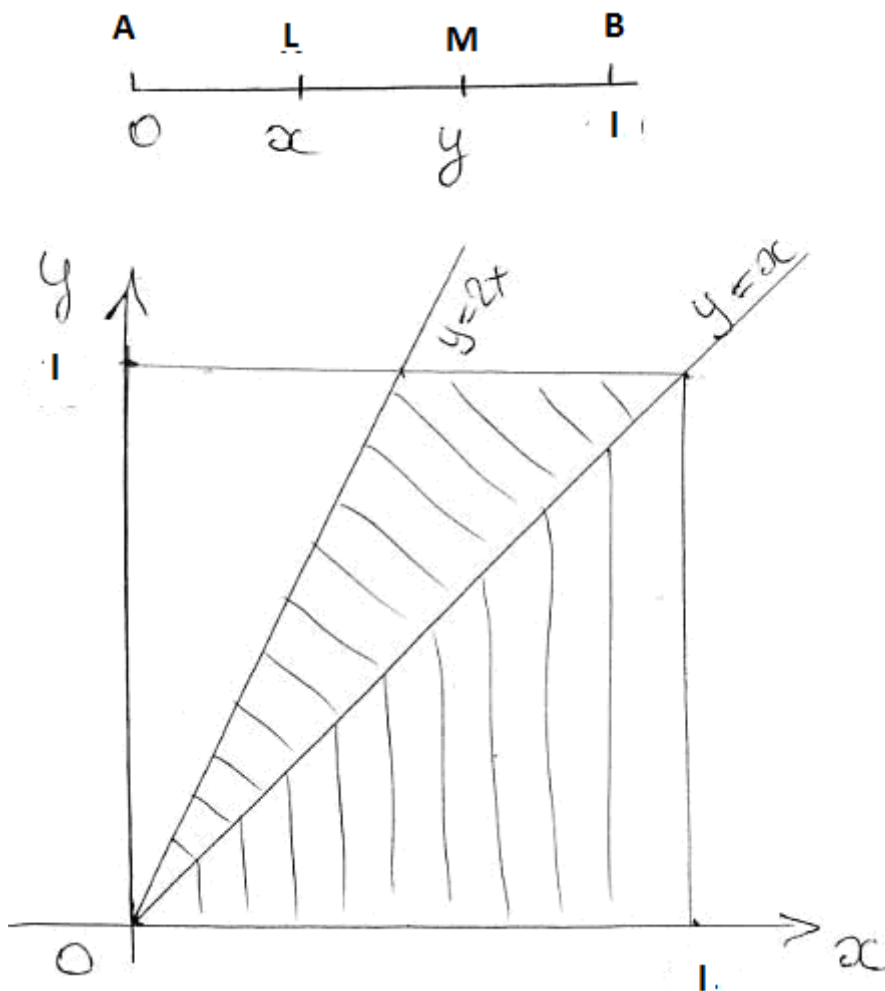
Тема: Геометрическое определение вероятности (Свешников, №3.10)

ЗАДАНИЕ. На отрезке AB длиной l независимо одна от другой поставлены 2 точки L и M , положение каждой из которых равновозможно на AB . Найти вероятность того, что точка L будет ближе к точке M , чем к точке A .

РЕШЕНИЕ.

Используем геометрическое определение вероятности. Пусть точка L имеет координату x , точка M имеет координату y (считаем, что A имеет координату 0 , B имеет координату l). Точки x, y выбираются произвольно и независимо в отрезке $[0; l]$.

Введем прямоугольную систему координат с осями Ox, Oy , в этом случае можно считать, что точка (x, y) выбирается произвольным образом из квадрата $l \times l$.



Теперь найдем область этого квадрата, которая соответствует всем точкам, удовлетворяющим условию: «точка L будет ближе к точке M , чем к точке A ». Это условие выполняется, если длина $LM < LA$, то есть $|x - y| < x$. Раскрываем модуль:

- 1) Пусть $x > y$, тогда получаем $x - y < x$, $-y < 0$, $y > 0$. То есть, этому условию удовлетворяют все точки, лежащие в квадрате ниже прямой $y = x$ (вертикальная штриховка на чертеже).

- 2) Пусть $x < y$, тогда получаем $-x + y < x$, $y < 2x$. То есть, этому условию удовлетворяют все точки, лежащие в квадрате выше прямой $y = x$ и ниже прямой $y = 2x$ (наклонная штриховка на чертеже).

Тогда, по геометрическому определению вероятности искомая вероятность равна отношению площади заштрихованной фигуры (точки которой благоприятствуют событию) к площади всего квадрата (множество возможных значений), то есть

$$P = \frac{S_{\text{фигур.}}}{S_{\text{квад.}}} = \frac{l \cdot l - 1/2 \cdot l \cdot l/2}{l \cdot l} = \frac{\frac{3}{4}l^2}{l^2} = 0,75.$$

ОТВЕТ: 0,75.