

Дискретная случайная величина с распределением Пуассона

Пример решения

Задание. Случайная величина X распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda = 0,8$.
Необходимо:

А) выписать формулу для вычисления вероятности $P(X = m)$;

Б) найти вероятность $P(1 \leq X < 3)$;

В) найти математическое ожидание $M(2X + 5)$ и дисперсию $D(5 - 2X)$.

Решение.

А) Пусть случайная величина X распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda = 0,8$, тогда вероятности вычисляются по формуле

$$P(X = m) = P_n(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} = \frac{0,8^m}{m!} e^{-0,8}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Б) Найдем вероятность:

$$P(1 \leq X < 3) = P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{0,8^1}{1!} e^{-0,8} + \frac{0,8^2}{2!} e^{-0,8} = \left(0,8 + \frac{0,64}{2}\right) e^{-0,8} \approx 0,503.$$

В) Найдем математическое ожидание $M(X) = \lambda = 0,8$, дисперсию $D(X) = \lambda = 0,8$.

Тогда можно вычислить:

$$\text{математическое ожидание } M(2X + 5) = 2M(X) + 5 = 2 \cdot 0,8 + 5 = 1,6 + 5 = 6,6$$

$$\text{дисперсию } D(5 - 2X) = 0 + (-2)^2 D(X) = 4 \cdot 0,8 = 3,2.$$