

Тема: Формула полной вероятности и формула Байеса

ЗАДАНИЕ. Из 30 стрелков 12 попадает в цель с вероятностью 0,6, 8 - с вероятностью 0,5 и 10 - с вероятностью 0,7. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, поразив цель. К какой из групп вероятнее всего принадлежал этот стрелок?

РЕШЕНИЕ. Введем полную группу гипотез:

H_1 = (Стрелок принадлежал первой группе),

H_2 = (Стрелок принадлежал второй группе),

H_3 = (Стрелок принадлежал третьей группе).

По классическому определению вероятности:

$$P(H_1) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}, \quad P(H_2) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}, \quad P(H_3) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}.$$

Введем событие A = (Стрелок попал в мишень). Выпишем условные вероятности:

$$P(A | H_1) = 0,6, \quad P(A | H_2) = 0,5, \quad P(A | H_3) = 0,7.$$

Найдем сначала вероятность события A по формуле полной вероятности:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A | H_1)P(H_1) + P(A | H_2)P(H_2) + P(A | H_3)P(H_3) = \\ &= \frac{2}{5} \cdot 0,6 + \frac{4}{15} \cdot 0,5 + \frac{1}{3} \cdot 0,7 \approx 0,607. \end{aligned}$$

Теперь найдем апостериорные вероятности того, что стрелок принадлежал i -ой группе, если он попал в цель, по формуле Байеса.

$$P(H_1 | A) = \frac{P(H_1)P(A | H_1)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{5} \cdot 0,6}{0,607} \approx 0,395,$$

$$P(H_2 | A) = \frac{P(H_2)P(A | H_2)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{15} \cdot 0,5}{0,607} \approx 0,22,$$

$$P(H_3 | A) = \frac{P(H_3)P(A | H_3)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,7}{0,607} \approx 0,384.$$

Таким образом, вероятнее всего стрелок принадлежал первой группе.

ОТВЕТ. первой группе.