Данная работа выполнена на сайте www.matburo.ru
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_cm.php?p1=cmexcel
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Численные методы: решение нелинейной системы в Excel

Задание

Решить систему

$$\begin{cases} x_1 - cos(x_2) = 2 \\ x_2 - sin(3x_1) = 2 \end{cases}$$

Методами Ньютона, Брауна, итераций.

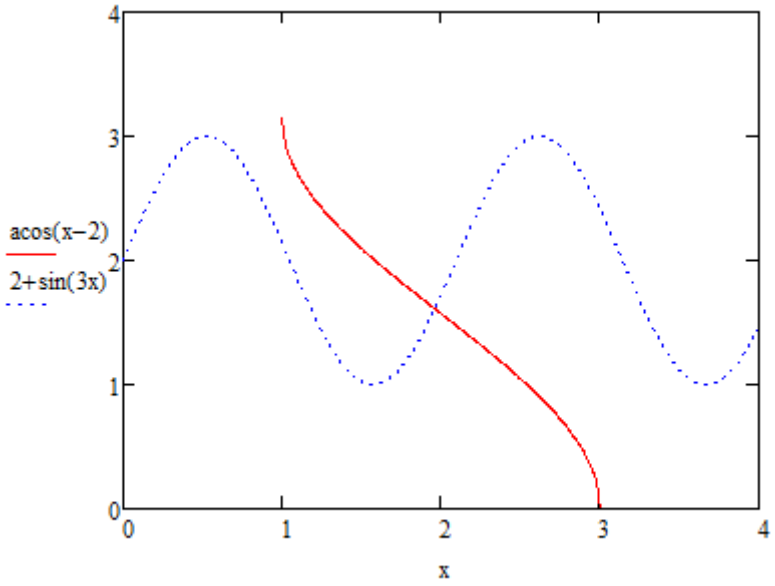
Решение

Расчетный файл см. на странице https://www.matburo.ru/ex_cm.php?p1=cmexcel

1. Метод Ньютона.

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = 0 \\ f_2(x_1, x_2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = x_1 - cos(x_2) - 2 \\ f_2(x_1, x_2) = x_2 - sin(3x_1) - 2 \end{cases}$$



Итерационная формула:

$$\bar{x}^{(k+1)} = \bar{x}^{(k)} - (f')^{-1}\left(\bar{x}^{(k)}\right) f\left(\bar{x}^{(k)}\right)$$

где

Данная работа выполнена на сайте www.matburo.ru
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_cm.php?p1=cmexcel
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$$\bar{x}^{(k)} = \begin{pmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \end{pmatrix}$$

$$f'\left(\bar{x}^{(k)}\right) = \begin{pmatrix} \frac{df_1\left(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}\right)}{dx_1} & \frac{df_1\left(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}\right)}{dx_2} \\ \frac{df_2\left(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}\right)}{dx_1} & \frac{df_2\left(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}\right)}{dx_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & sin\left(x_2^{(k)}\right) \\ -3\cos\left(3x_1^{(k)}\right) & 1 \end{pmatrix}$$

$$f\left(\bar{x}^{(k)}\right) = \begin{pmatrix} f_1\left(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}\right) \\ f_2\left(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}\right) \end{pmatrix}$$

Итерации.

k	x_1 / x_2	$f_1(x_1,x_2)$ / $f_2(x_1,x_2)$	$f'(x_1,x_2)$		$(f')^{-1}(x_1,x_2)$		$(f')^{-1}(x_1,x_2)f'(x_1,x_2)$	x_1^{k+1} / x_2^{k+1}	$\lvert x_1^{k+1}-x_1^{k}\rvert$ / $\lvert x_2^{k+1}-x_2^{k}\rvert$
1	2	0,416147	1	0,9093	0,2763	-0,2512	0,0448	1,9552	0,0448
	2	0,2794	-2,8805	1	0,7959	0,2763	0,4084	1,5916	0,4084
2	1,9552	-0,023988	1	0,9998	0,2673	-0,2672	-0,0056	1,9609	0,0056
	1,5916	-0,0029	-2,7423	1	0,7329	0,2673	-0,0184	1,6099	0,0184
3	1,9609	-4,53E-06	1	0,9992	0,2659	-0,2657	0,0000	1,9608	0,0000
	1,6099	-0,0001	-2,7625	1	0,7346	0,2659	0,0000	1,6100	0,0000

Решение:

$$\begin{cases} x_1 = 1{,}9608 \\ x_1 = 1{,}6100 \end{cases}$$

Данная работа выполнена на сайте www.matburo.ru
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_cm.php?p1=cmexcel
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

2. Метод Брауна.

Изменяем обозначение.

$$\begin{cases} x-\cos(y)=2 \\ y-\sin(3x)=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x,y)=0 \\ g(x,y)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x,y)=x-\cos(y)-2 \\ g(x,y)=y-\sin(3x)-2 \end{cases}$$

Итерационная формула:

$$\begin{cases} x_{k+1}=x_k-p_k \\ y_{k+1}=y_k-q_k \end{cases}$$

где

$$q_k=\frac{g\left(\bar{x}_k,y_k\right)\cdot f'_x(x_k,y_k)}{f'_x(x_k,y_k)\cdot g'_y\left(\bar{x}_k,y_k\right)-f'_y(x_k,y_k)\cdot g'_x\left(\bar{x}_k,y_k\right)}$$

$$p_k=\frac{f(x_k,y_k)-q_k\cdot f'_y(x_k,y_k)}{f'_x(x_k,y_k)}$$

$$\bar{x}_k=x_k-\frac{f(x_k,y_k)}{f'_x(x_k,y_k)}$$

$$f'_x(x_k,y_k)=1$$

$$f'_y(x_k,y_k)=\sin(y_k)$$

$$g'_x(x_k,y_k)=-3\cos(3x_k)$$

$$g'_y(x_k,y_k)=1$$

Итерации.

k	x_k	y_k	$f(x_k,y_k)$	$f'_x(x_k,y_k)$	$\bar{x}_k$	$g(\bar{x}_k,y_k)$	$g'_y(\bar{x}_k,y_k)$	$f'_y(x_k,y_k)$	$g'_x(\bar{x}_k,y_k)$	q_k	p_k
1	2	2	0,4161	1,0000	1,5839	0,9992	1	0,9093	-0,1175	0,9028	-0,4048
2	2,4048	1,0972	-0,0513	2,0000	2,4304	-1,7486	2	0,8899	-1,6005	-0,6447	0,2612
3	2,1435	1,7419	0,3138	3,0000	2,0389	-0,0924	3	0,9854	-2,9586	-0,0233	0,1123
4	2,0313	1,7652	0,2245	4,0000	1,9752	0,1153	4	0,9812	-2,8101	0,0246	0,0501
5	1,9812	1,7406	0,1502	5,0000	1,9512	0,1572	5	0,9856	-2,7273	0,0284	0,0244
6	1,9568	1,7122	0,0977	6,0000	1,9405	0,1578	6	0,9900	-2,6858	0,0245	0,0122
7	1,9445	1,6877	0,0612	7,0000	1,9358	0,1459	7	0,9932	-2,6667	0,0198	0,0059
8	1,9386	1,6680	0,0356	8,0000	1,9341	0,1305	8	0,9953	-2,6599	0,0157	0,0025
9	1,9361	1,6523	0,0175	9,0000	1,9341	0,1148	9	0,9967	-2,6599	0,0124	0,0006
10	1,9355	1,6400	0,0046	10,0000	1,9350	0,1000	10	0,9976	-2,6636	0,0097	-0,0005
11	1,9360	1,6302	-0,0046	11,0000	1,9364	0,0866	11	0,9982	-2,6694	0,0077	-0,0011
12	1,9371	1,6225	-0,0112	12,0000	1,9381	0,0745	12	0,9987	-2,6760	0,0061	-0,0014
13	1,9386	1,6164	-0,0158	13,0000	1,9398	0,0638	13	0,9990	-2,6830	0,0048	-0,0016
14	1,9402	1,6116	-0,0191	14,0000	1,9415	0,0543	14	0,9992	-2,6900	0,0038	-0,0016

Данная работа выполнена на сайте www.matburo.ru
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_cm.php?p1=cmexcel
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

15	1,9418	1,6078	-0,0213	15,0000	1,9432	0,0459	15	0,9993	-2,6967	0,0030	-0,0016
16	1,9434	1,6047	-0,0227	16,0000	1,9448	0,0385	16	0,9994	-2,7030	0,0024	-0,0016
17	1,9450	1,6023	-0,0235	17,0000	1,9464	0,0320	17	0,9995	-2,7090	0,0019	-0,0015
18	1,9465	1,6005	-0,0239	18,0000	1,9478	0,0263	18	0,9996	-2,7145	0,0014	-0,0014
19	1,9479	1,5990	-0,0239	19,0000	1,9491	0,0212	19	0,9996	-2,7196	0,0011	-0,0013
20	1,9492	1,5979	-0,0237	20,0000	1,9504	0,0167	20	0,9996	-2,7243	0,0008	-0,0012
21	1,9504	1,5971	-0,0233	21,0000	1,9515	0,0127	21	0,9997	-2,7286	0,0006	-0,0011
22	1,9515	1,5965	-0,0228	22,0000	1,9526	0,0092	22	0,9997	-2,7326	0,0004	-0,0011
23	1,9526	1,5961	-0,0221	23,0000	1,9536	0,0061	23	0,9997	-2,7362	0,0003	-0,0010
24	1,9536	1,5958	-0,0214	24,0000	1,9545	0,0034	24	0,9997	-2,7395	0,0001	-0,0009
25	1,9545	1,5957	-0,0206	25,0000	1,9553	0,0010	25	0,9997	-2,7426	0,0000	-0,0008
26	1,9553	1,5956	-0,0199	26,0000	1,9561	-0,0012	26	0,9997	-2,7454	0,0000	-0,0008
27	1,9561	1,5957	-0,0191	27,0000	1,9568	-0,0031	27	0,9997	-2,7479	-0,0001	-0,0007
28	1,9568	1,5958	-0,0182	28,0000	1,9574	-0,0047	28	0,9997	-2,7502	-0,0002	-0,0006
29	1,9574	1,5960	-0,0174	29,0000	1,9580	-0,0062	29	0,9997	-2,7524	-0,0002	-0,0006
30	1,9580	1,5962	-0,0166	30,0000	1,9586	-0,0075	30	0,9997	-2,7543	-0,0002	-0,0005
31	1,9585	1,5964	-0,0158	31,0000	1,9591	-0,0086	31	0,9997	-2,7561	-0,0003	-0,0005
32	1,9590	1,5967	-0,0150	32,0000	1,9595	-0,0096	32	0,9997	-2,7577	-0,0003	-0,0005
33	1,9595	1,5970	-0,0143	33,0000	1,9599	-0,0105	33	0,9997	-2,7592	-0,0003	-0,0004
34	1,9599	1,5973	-0,0135	34,0000	1,9603	-0,0112	34	0,9996	-2,7606	-0,0003	-0,0004
35	1,9603	1,5977	-0,0128	35,0000	1,9607	-0,0119	35	0,9996	-2,7619	-0,0003	-0,0004
36	1,9607	1,5980	-0,0121	36,0000	1,9610	-0,0125	36	0,9996	-2,7630	-0,0003	-0,0003
37	1,9610	1,5983	-0,0115	37,0000	1,9613	-0,0129	37	0,9996	-2,7641	-0,0003	-0,0003
38	1,9613	1,5987	-0,0108	38,0000	1,9616	-0,0134	38	0,9996	-2,7650	-0,0004	-0,0003
39	1,9616	1,5990	-0,0102	39,0000	1,9618	-0,0137	39	0,9996	-2,7659	-0,0004	-0,0003
40	1,9618	1,5994	-0,0096	40,0000	1,9621	-0,0140	40	0,9996	-2,7667	-0,0003	-0,0002
41	1,9621	1,5997	-0,0090	41,0000	1,9623	-0,0142	41	0,9996	-2,7674	-0,0003	-0,0002
42	1,9623	1,6001	-0,0084	42,0000	1,9625	-0,0144	42	0,9996	-2,7681	-0,0003	-0,0002
43	1,9625	1,6004	-0,0079	43,0000	1,9627	-0,0146	43	0,9996	-2,7687	-0,0003	-0,0002
44	1,9626	1,6008	-0,0074	44,0000	1,9628	-0,0147	44	0,9996	-2,7693	-0,0003	-0,0002
45	1,9628	1,6011	-0,0069	45,0000	1,9630	-0,0147	45	0,9995	-2,7698	-0,0003	-0,0001
46	1,9630	1,6014	-0,0064	46,0000	1,9631	-0,0148	46	0,9995	-2,7702	-0,0003	-0,0001
47	1,9631	1,6017	-0,0060	47,0000	1,9632	-0,0148	47	0,9995	-2,7707	-0,0003	-0,0001
48	1,9632	1,6021	-0,0055	48,0000	1,9633	-0,0148	48	0,9995	-2,7710	-0,0003	-0,0001
49	1,9633	1,6024	-0,0051	49,0000	1,9634	-0,0147	49	0,9995	-2,7714	-0,0003	-0,0001
50	1,9634	1,6027	-0,0047	50,0000	1,9635	-0,0147	50	0,9995	-2,7717	-0,0003	-0,0001
51	1,9635	1,6030	-0,0043	51,0000	1,9636	-0,0146	51	0,9995	-2,7719	-0,0003	-0,0001
52	1,9636	1,6032	-0,0040	52,0000	1,9637	-0,0145	52	0,9995	-2,7722	-0,0003	-0,0001
53	1,9637	1,6035	-0,0036	53,0000	1,9637	-0,0144	53	0,9995	-2,7724	-0,0003	-0,0001
54	1,9637	1,6038	-0,0033	54,0000	1,9638	-0,0143	54	0,9995	-2,7726	-0,0003	-0,0001
55	1,9638	1,6041	-0,0030	55,0000	1,9638	-0,0142	55	0,9994	-2,7728	-0,0003	0,0000

Решение.

$$\begin{cases} x = 1,9638 \\ y = 1,6041 \end{cases}$$

Данная работа выполнена на сайте www.matburo.ru
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_cm.php?p1=cmexcel
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

3. Метод итераций.

$$\begin{cases} x_1 - cos(x_2) = 2 \\ x_2 - sin(3x_1) = 2 \end{cases}$$

Преобразуем.

$$\begin{cases} x_1 = 2 + cos(x_2) \\ x_2 = 2 + sin(3x_1) \end{cases}$$

Проводим итерации.

k	x_1	x_2	$x_1=f_1(x_2)$	$x_2=f_2(x_1)$	$\lvert x_1^{k+1}-x_1^{k}\rvert$	$\lvert x_2^{k+1}-x_2^{k}\rvert$
1	2	1,5	2,0707	1,7206	0,0707	0,2206
2	2,0707	1,7206	1,8508	1,9291	0,2200	0,2085
3	1,8508	1,9291	1,6493	1,3325	0,2014	0,5966
4	1,6493	1,3325	2,2361	1,0276	0,5867	0,3049
5	2,2361	1,0276	2,5169	2,4123	0,2808	1,3847
6	2,5169	2,4123	1,2543	2,9543	1,2625	0,5420
7	1,2543	2,9543	1,0175	1,4178	0,2368	1,5365
8	1,0175	1,4178	2,1524	2,0890	1,1349	0,6712
9	2,1524	2,0890	1,5047	2,1731	0,6477	0,0841
10	1,5047	2,1731	1,4335	1,0196	0,0712	1,1535
11	1,4335	1,0196	2,5237	1,0837	1,0902	0,0640
12	2,5237	1,0837	2,4681	2,9602	0,0556	1,8766
13	2,4681	2,9602	1,0164	2,9006	1,4517	0,0597
14	1,0164	2,9006	1,0289	2,0923	0,0125	0,8083
15	1,0289	2,0923	1,5018	2,0549	0,4729	0,0374
16	1,5018	2,0549	1,5346	1,0213	0,0328	1,0335
17	1,5346	1,0213	2,5222	1,0059	0,9876	0,0154
18	2,5222	1,0059	2,5353	2,9590	0,0131	1,9531
19	2,5353	2,9590	1,0166	2,9694	1,5187	0,0104
20	1,0166	2,9694	1,0148	2,0916	0,0018	0,8778

Данный метод качественного результата не дает.