

## Пример решения задачи. Нормальные алгоритмы Маркова

С использованием теорем сочетания, построить НА, который аннулирует все слова вида  $xx^R$ , где  $x \in \{a, b\}^*$ .

### Решение.

Для решения данной задачи используем 2 вспомогательных символа  $<$  и  $>$ , которые не входят в заданный алфавит, в качестве дополнительных маркеров.

#### Идея алгоритма:

1 этап. Отмечаем крайние символы слова слева и справа маркерами.

2 этап. Находим середину заданного слова и отмечаем её маркером  $|$ .

3 этап. Сравниваем средние символа справа и слева от  $|$ .

Если они одинаковые, то стираем их.

Если символы разные, то останавливаемся, т.к. в этом случае слово не имеет вид  $xx^R$ .

В результате работы алгоритма могут возникнуть следующие варианты:

- 1) слово аннулируется (если оно имеет вид  $xx^R$ );
- 2) слово остаётся в первоначальном виде (если средние символы не совпадают);
- 3) слово остаётся в урезанном виде (если слово не имеет вид  $xx^R$ , однако одна пара или несколько пар символов, симметричных относительно центра, совпадают).

Составим  $НА_1$  для решения 1-го этапа.

Сначала пометим начало и конец слова маркерами  $<$  и  $>$ :

$$\left| \begin{array}{l} >a \rightarrow a > \\ >b \rightarrow b > \end{array} \right.$$

Задача скачана с сайта [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

Еще примеры: [https://www.matburo.ru/ex\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=dm)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

$$\left| \begin{array}{l} > \rightarrow \cdot > \\ & \rightarrow < > \end{array} \right.$$

Ставим после 1-го символа маркер \$, а перед последним символом – маркер # и убираем первоначальные маркеры начала и конца слова:

$$\left| \begin{array}{l} < a \rightarrow a\$ \\ < b \rightarrow b\$ \\ a > \rightarrow \#a \\ b > \rightarrow \#b \\ \#a \rightarrow \cdot \#a \\ \#b \rightarrow \cdot \#b \end{array} \right.$$

Составим НА<sub>2</sub> для решения 2-го этапа.

Находим середину заданного слова и отмечаем её маркером |.

Если слово имеет нечётное количество символов, то возникает цепочка символов \$\*#. Эта цепочка стирается и работа алгоритма прекращается, т.к. слово с нечётным количеством символов не может иметь вид  $xx^R$ .

$$\left| \begin{array}{l} *a \rightarrow a* \\ *b \rightarrow b* \\ *\$a \rightarrow a\$* \\ *\$b \rightarrow b\$* \\ a*\# \rightarrow \#a \\ b*\# \rightarrow \#b \\ *\$# \rightarrow \cdot | \end{array} \right.$$

Задача скачана с сайта [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

Еще примеры: [https://www.matburo.ru/ex\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=dm)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

$$\left| \begin{array}{l} \$*# \rightarrow \cdot \\ \rightarrow * \end{array} \right.$$

Составим НА<sub>3</sub> для решения 3-го этапа. Начинаем сравнивать символы с середины, справа и слева от маркера |. Одинаковые символы стираем.

Если при этом доходим до концов слова, то слово аннулируется.

Если в процессе работы встречаются неодинаковые символы, то работа алгоритма прекращается, и мы получаем исходное слово или слово с несколькими отсутствующими в середине символами.

$$\left| \begin{array}{l} a|a \rightarrow | \\ b|b \rightarrow | \\ | \rightarrow \cdot \end{array} \right.$$

Объединяем все три алгоритма в один, убирая преждевременные остановки.

$$\left| \begin{array}{l} >a \rightarrow a > \\ >b \rightarrow b > \\ <a \rightarrow a\$ \\ <b \rightarrow b\$ \\ a > \rightarrow \#a \\ b > \rightarrow \#b \\ *a \rightarrow a^* \\ *b \rightarrow b^* \\ *\$a \rightarrow a\$^* \end{array} \right.$$

Задача скачана с сайта [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

Еще примеры: [https://www.matburo.ru/ex\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=dm)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

$*\$b$	$\rightarrow$	$b\$*$
$a*\#$	$\rightarrow$	$\#a$
$b*\#$	$\rightarrow$	$\#b$
$*\$ \#$	$\rightarrow$	$ $
$\$*\#$	$\rightarrow$	$\cdot$
$a a$	$\rightarrow$	$ $
$b b$	$\rightarrow$	$ $
$a\$$	$\rightarrow$	$*a\$$
$b\$$	$\rightarrow$	$*b\$$
$ $	$\rightarrow$	$\cdot$
$\langle \rangle$	$\rightarrow$	$\cdot$
	$\rightarrow$	$\langle \rangle$

Проверим работы алгоритма при всех возможных вариантах входящего слова.

1) Пустое слово.

$$\lambda \Rightarrow \langle \rangle \Rightarrow \lambda \cdot$$

2) Слово с нечётным количеством символов, например *babba*.

$$\begin{aligned} babba &\Rightarrow \langle \color{red}{b}abba \rangle \Rightarrow \langle b \rangle abba \Rightarrow \langle ba \rangle bba \Rightarrow \langle bab \rangle ba \Rightarrow \langle babb \rangle a \\ &\Rightarrow \\ &\Rightarrow \langle babba \rangle \Rightarrow b\$abba \rangle \Rightarrow b\$abb\#a \Rightarrow *b\$abb\#a \Rightarrow b*\$abb\#a \Rightarrow \\ &\Rightarrow ba\$*bb\#a \Rightarrow ba\$b*b\#a \Rightarrow ba\$bb* \#a \Rightarrow ba\$b\#ba \Rightarrow b*a\$b\#ba \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow ba^*b\#ba \Rightarrow bab\$*#ba \Rightarrow babba \cdot$$

В результате слово не изменилось и работа алгоритма завершилась.

- 3) Слово с чётным количеством символов, у которого в середине стоит пара неодинаковых символов, например *baabab*.

$$\begin{aligned} baabab &\Rightarrow \langle \rangle baabab \Rightarrow \langle b \rangle aabab \Rightarrow \langle ba \rangle abab \Rightarrow \langle baa \rangle bab \\ &\Rightarrow \langle baab \rangle ab \Rightarrow \Rightarrow \langle baaba \rangle b \Rightarrow \langle baabab \rangle \Rightarrow b\$aabab \rangle \Rightarrow b\$aaba\#b \\ &\Rightarrow *b\$aaba\#b \Rightarrow \\ &\Rightarrow b^*\$aaba\#b \Rightarrow ba\$*aba\#b \Rightarrow ba\$a^*ba\#b \Rightarrow ba\$ab^*a\#b \Rightarrow \\ &ba\$aba^*\#b \Rightarrow \Rightarrow ba\$ab\#ab \Rightarrow b^*a\$ab\#ab \Rightarrow ba^*\$ab\#ab \Rightarrow baa\$*b\#ab \\ &\Rightarrow baa\$b^*\#ab \Rightarrow \Rightarrow baa\$#bab \Rightarrow ba^*a\$#bab \Rightarrow baa^*\$#bab \Rightarrow baa|bab \\ &\Rightarrow baabab \cdot \end{aligned}$$

В результате слово не изменилось и работа алгоритма завершилась.

- 4) Слово с чётным количеством символов, у которого в середине стоит пара одинаковых символов, но некоторые симметричные относительно центра символы неодинаковые, например *babbba*.

$$\begin{aligned} babbba &\Rightarrow \langle \rangle babbba \Rightarrow \langle b \rangle abbba \Rightarrow \langle ba \rangle bbba \Rightarrow \langle bab \rangle bba \\ &\Rightarrow \langle babb \rangle ba \Rightarrow \Rightarrow \langle babb \rangle a \Rightarrow \langle babbba \rangle \Rightarrow b\$abbba \rangle \Rightarrow b\$abbb\#a \\ &\Rightarrow *b\$abbb\#a \Rightarrow \\ &\Rightarrow b^*\$abbb\#a \Rightarrow ba\$*bbb\#a \Rightarrow ba\$b^*bb\#a \Rightarrow ba\$bb^*b\#a \Rightarrow \\ &ba\$bb^*\#a \Rightarrow \Rightarrow ba\$bb\#ba \Rightarrow b^*a\$bb\#ba \Rightarrow ba^*\$bb\#ba \Rightarrow bab\$*b\#ba \\ &\Rightarrow bab\$b^*\#ba \Rightarrow \Rightarrow bab\$#bba \Rightarrow ba^*b\$#bba \Rightarrow bab^*\$#bba \Rightarrow bab|bba \\ &\Rightarrow ba|ba \Rightarrow baba \cdot \end{aligned}$$

В результате получили слово, у которого аннулированы только средние

одинаковые символы, остальные символы остались и работа алгоритма завершилась.

5) Слово, которое имеет вид  $xx^R$ , например *babbab*.

$$\begin{aligned}
 &babbab \Rightarrow \langle \rangle babbab \Rightarrow \langle b \rangle abbab \Rightarrow \langle ba \rangle bbab \Rightarrow \langle bab \rangle bab \\
 &\Rightarrow \langle babb \rangle ab \Rightarrow \Rightarrow \langle babba \rangle b \Rightarrow \langle babbab \rangle \Rightarrow b\$abbab \Rightarrow b\$abba\#b \\
 &\Rightarrow *b\$abba\#b \Rightarrow \\
 &\Rightarrow b*\$abba\#b \Rightarrow ba\$*bba\#b \Rightarrow ba\$b*b a\#b \Rightarrow ba\$bb*a\#b \Rightarrow \\
 &ba\$bba*\#b \Rightarrow \Rightarrow ba\$bb\#ab \Rightarrow b*a\$bb\#ab \Rightarrow ba*\$bb\#ab \Rightarrow bab*\$b\#ab \\
 &\Rightarrow bab\$b*\#ab \Rightarrow \Rightarrow bab\$ \#bab \Rightarrow ba*b\$ \#bab \Rightarrow bab*\$ \#bab \Rightarrow bab|bab \\
 &\Rightarrow ba|ab \Rightarrow b|b \Rightarrow | \Rightarrow \cdot
 \end{aligned}$$

В результате данное слово аннулировано.

Таким образом, построен нормальный алгоритм, который аннулирует все слова вида  $xx^R$ , где  $x \in \{a, b\}^*$ .