

Математические методы обработки данных в психологии

Пример решения задачи

Девочкам и мальчикам 13 лет предлагали опросник «Я-концепция» Пирс-Харриса. На вопрос «Когда я вырасту, я стану важным лицом» ответили из 12 девочек «да» - 11, а из 10 мальчиков – 6. Остальные ответили «нет». Можно ли судить о половых различиях при ответе на данный вопрос? Можно ли утверждать, что девочки в этом возрасте на данный вопрос отвечают чаще «да» чем «нет», а у мальчиков такой тенденции не выявлено.

Решение.

Сводная таблица.

| | A1 «да» | A2 «нет» | n_{i*} |
|----------------|------------|-------------|----------|
| B1 девочки | 11 | 1 | 12 |
| B2 мальчики | 6 | 4 | 10 |
| n_{*j} | 17 | 5 | 22 |

Для проверки независимости признаков «А» и «В» проверяем нулевую гипотезу $H_0: (p_{ij} = p_i * p_{*j} \text{ для всех } i, j)$.

Вычислим статистику χ^2 набл по формуле:

$$\chi^2 = \sum \sum \frac{(n_{ij} - n_{ij}^*)^2}{n_{ij}^*}$$

где n_{ij} – наблюдаемые частоты.

Рассчитаем теоретические частоты по формуле:

$$n_{ij}^* = \frac{n_i \cdot n_{*j}}{n}$$

для всех клеток таблицы

$$n_{11}^* = \frac{n_1 \cdot n_{*1}}{n} = \frac{12 \cdot 17}{22} = 9.27$$

$$n_{12}^* = \frac{n_1 \cdot n_{*2}}{n} = \frac{12 \cdot 5}{22} = 2.73$$

$$n_{21}^* = \frac{n_2 \cdot n_{*1}}{n} = \frac{10 \cdot 17}{22} = 7.73$$

$$n_{22}^* = \frac{n_2 \cdot n_{*2}}{n} = \frac{10 \cdot 5}{22} = 2.27$$

Получим таблицу сопряженности теоретических частот распределения:

| | A1 | A2 | n_{i*} |
|----------|------|------|----------|
| B1 | 9.27 | 2.73 | 12 |
| B2 | 7.73 | 2.27 | 10 |
| n_{*j} | 17 | 5 | 22 |

Вычислим статистику χ^2 :

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \sum \sum \frac{(n_{ij} - n_{ij}^*)^2}{n_{ij}^*} = \\ &= \frac{(11-9.27)^2}{9.27} + \frac{(1-2.73)^2}{2.73} + \frac{(6-7.73)^2}{7.73} + \frac{(4-2.27)^2}{2.27} = 3.115\end{aligned}$$

По таблице χ^2 -распределения находим:

$$\chi^2_{\text{крит}}(0.05; 1) = 3.84146$$

где $v = (r-1)(s-1) = (2-1)(2-1) = 1$ - число степеней свободы.

Так как вычисленное значение хи-квадрат не попадает в критическую область, то гипотеза о независимости принимается с вероятностью 0,05. То есть нельзя говорить, что девочки чаще отвечают «да» чем мальчики.