Метод математической индукции

Пример решения задачи

Задача. *Доказать равенство* $1^2+2^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Решение.

Решим по принципу математической индукции.

$$1)\ n=1:\ 1^2+2^2+\dots+n^2=1;\ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=\frac{1\cdot 2\cdot 3}{6}=1$$

При $n=1$ формула верна.

2) Допустим, формула верна для $n=k$, то есть

$$1^2+2^2+\dots+k^2=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

Покажем, что тогда формула верна и для $n=k+1$.

$$1^2+2^2+\dots+k^2+(k+1)^2=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+(k+1)^2=$$

$$=\frac{k(k+1)(2k+1)+6(k+1)^2}{6}=\frac{(k+1)(2k^2+7k+6)}{6}=$$

$$=\frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}=\frac{(k+1)\big((k+1)+1\big)(2(k+1)+1)}{6}$$

Итак, если формула верна для $n=k$, то она верна и для $n=k+1$, таким образом, формула верна для любого n.