Решение задачи о принадлежности булевой функции классам Поста

Задача. *Определить, к каким классам Поста относится* $F = \neg x1x3 \vee x1\neg x3$, *добавить (если это необходимо) к* F *элементарные функции, чтобы полученное множество было полным.*

Решение. Составим таблицу истинности для функции $F = \neg x1x3 \vee x1\neg x3$:

$x1$	$x2$	$x3$	$\neg x1$	$\neg x3$	$\neg x1x3$	$x1\neg x3$	F
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0

Функция F сохраняет нуль ($F \in T_0$), так как $F(0,0,0) = 0$.

Функция F не сохраняет единицу ($F \notin T_1$), так как $F(1,1,1) = 0$.

Функция F не является монотонной ($F \notin M$), так как на сравнимых наборах $(0,0,1) \prec (1,0,1)$ получаем $F(0,0,1) = 1 > 0 = F(1,0,1)$.

Функция F не является самодвойственной ($F \notin S$), так как на противоположных наборах принимает одинаковые значения: $F(0,0,0) = F(1,1,1) = 0$.

Функция F является линейной ($F \in L$), так как ее полином имеет вид (см. задачу 4) $F = x1 + x3$.

Чтобы дополнить функцию до полной системы, нужно ввести функцию, не сохраняющую 0 и нелинейную, в качестве такой функции можно выбрать $G = x \to y$ (импликация). Множество $\{F, G\}$ полное.