

Ранг матрицы

Пример решения задачи

Задача. Найти ранг матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 10 & 2 & -1 & 3 \\ 8 & 6 & -7 & -7 \end{pmatrix}$$

Решение. Будем преобразовывать матрицу, проводя элементарные преобразования со строчками, которые не меняют ранга матрицы.

Прибавим ко второй строке первую. Прибавим к третьей строке первую, умноженную на 3. Получаем:

$$A \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 11 & 0 & 2 & 8 \\ 11 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix} \sim$$

Вычитаем из третьей строки вторую:

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 11 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

Очевидно, что ранг матрицы меньше 3, так как всего две ненулевые строки. Более точно, ранг равен двум, так как, например, минор $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 11 & 0 \end{vmatrix} = 22 > 0$.

Ответ: ранг равен 2.