## Задача скачана с сайта <a href="www.MatBuro.ru">www.MatBuro.ru</a> Еще примеры: <a href="https://www.matburo.ru/ex\_ag.php?p1=aglin">https://www.matburo.ru/ex\_ag.php?p1=aglin</a> ©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

## Разложение многочлена на неприводимые сомножители Пример решения задачи по алгебре

**Задача.** Найти все нули многочлена  $z^4 + 2z^3 - 4z + 12$  и разложить его на неприводимые сомножители с действительными коэффициентами, если известен один из его нулей  $z_1 = 1 + i$ .

## Решение

Многочлен имеет действительные коэффициенты, поэтому его корнями являются  $z_1 = 1 + i$  и  $\overline{z_1} = 1 - i$ .

$$z^4 + 2z^3 - 4z + 12$$
 делится на  $(z - z_1)(z - \overline{z_1})$ 

$$(z-z_1)(z-\overline{z_1}) = (z-1-i)(z-1+i) = (z-1)^2 - i^2 = z^2 - 2z + 1 + 1 = z^2 - 2z + 2z + 1$$

Разделим:

$$z^{4} + 2z^{3} - 4z + 12$$

$$\underline{z^{4} - 2z^{3} + 2z^{2}}$$

$$4z^{3} - 2z^{2} - 4z + 12$$

$$\underline{4z^{3} - 8z^{2} + 8z}$$

$$6z^{2} - 12z + 12$$

$$6z^{2} - 12z + 12$$

Таким образом, получили:  $z^4 + 2z^3 - 4z + 12 = (z^2 - 2z + 2)(z^2 + 4z + 6)$ .

Найдём нули второго множителя:  $z^2 + 4z + 6$ ;

$$z^2 + 4z + 6 = 0$$
;

$$z_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{8i^2}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{2}i}{2} = -2 \pm \sqrt{2}i; \quad i^2 = -1$$

Следовательно,  $z_1 = -2 + \sqrt{2}i$ ;  $z_2 = -2 - \sqrt{2}i$ .

Нули многочлена:  $z_1=1+i\; ;\; z_2=1+i\; ;\; z_3=-2+\sqrt{2}i\; ;\;\; z_4=-2-\sqrt{2}i\; .$ 

**Ответ.** Нули многочлена:  $z_1=1+i$  ;  $z_2=1+i$  ;  $z_3=-2+\sqrt{2}i$  ;  $z_4=-2-\sqrt{2}i$  . Множители с действительными коэффициентами:

$$z^4 + 2z^3 - 4z + 12 = (z^2 - 2z + 2)(z^2 + 4z + 6)$$
.