

Вычисление определителя матрицы

Пример решения задачи по алгебре

Задача. 1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами:

а) разложить по какой-либо строке или столбцу;

б) преобразовать определитель, получив нули в какой-либо строке или столбце, используя свойства определителя, а затем разложить его по этой строке или столбцу.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & -2 \end{vmatrix}.$$

Решение.

А) Разложим по первой строке:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 5 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 5 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = \\ &= 3 \left[2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \right] - \\ &- 1 \left[-1 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \right] - \\ &- 1 \left[-1 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \right] - \\ &- 2 \left[-1 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \right] = \\ &= 3 \left[2(-4+1) - 1(2-3) - 1(1-6) \right] + \left[(-4+1) + (-10-1) + (-5-2) \right] - \\ &- \left[-(2-3) - 2(-10-1) - (15+1) \right] - 2 \left[-(1-6) - 2(-5-2) + (15+1) \right] = -98. \end{aligned}$$

Б) Преобразуем определитель, получив нули в первом столбце, используя свойства определителя, а затем разложим его по этому столбцу.

Вычитаем из первой строки последнюю, умноженную на 3.

Прибавим к второй строке последнюю.

Вычитаем из третьей строки последнюю, умноженную на 5.

Получим:

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_ag.php?p1=aglin

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -8 & 2 & 8 \\ 0 & 5 & 0 & -3 \\ 0 & -16 & 7 & 11 \\ 1 & 3 & -1 & -2 \end{vmatrix} =$$

Разложим по первому столбцу:

$$= (-1)^{4+1} \begin{vmatrix} -8 & 2 & 8 \\ 5 & 0 & -3 \\ -16 & 7 & 11 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} -8 & 2 & 8 \\ 5 & 0 & -3 \\ -16 & 7 & 11 \end{vmatrix} = 5 \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 7 & 11 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} -8 & 2 \\ -16 & 7 \end{vmatrix} =$$

$$= 5(22 - 56) - 3(-56 + 32) = -98.$$

Результаты совпали.

Ответ: -98.