

Тема: Пределы

ЗАДАНИЕ. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ (указать $\delta(\varepsilon)$).

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6.$$

РЕШЕНИЕ:

Положим $f(x) = \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1}$. Надо показать, что для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое положительное число δ , что для всех $|x + 1| < \delta$ выполняется условие $|f(x) + 6| < \varepsilon$.

Запишем этот модуль разности:

$$\left| \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} + 6 \right| < \varepsilon,$$

$$\left| \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} + 6 \right| = |7x + 1 + 6| = 7|x + 1| < \varepsilon,$$

$$|x + 1| < \varepsilon / 7.$$

Если выбрать $\delta = \frac{\varepsilon}{7}$, то для любых $|x + 1| < \delta$ искомое неравенство будет выполнено, что и

означает, что $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6$.