

Тема: аналитическая геометрия на плоскости

ЗАДАНИЕ. Даны две вершины $A(-3;3)$, $B(5;-1)$ и точка $D(4;3)$ пересечения высот треугольника. Составить уравнения его сторон.

РЕШЕНИЕ.

Составим уравнение стороны AB :

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A},$$
$$\frac{x+3}{5+3} = \frac{y-3}{-1-3},$$
$$\frac{x+3}{8} = \frac{y-3}{-4},$$
$$-x-3 = 2y-6,$$
$$2y = -x+3,$$
$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}.$$

Составим уравнение высоты AD :

$$\frac{x-x_A}{x_D-x_A} = \frac{y-y_A}{y_D-y_A},$$
$$\frac{x+3}{4+3} = \frac{y-3}{3-3},$$
$$\frac{x+3}{7} = \frac{y-3}{0},$$
$$y = 3.$$

Тогда уравнение стороны BC , перпендикулярной высоте AD , имеет вид: $x = x_B$, то есть $x = 5$.

Составим уравнение высоты BD :

$$\frac{x-x_B}{x_D-x_B} = \frac{y-y_B}{y_D-y_B},$$
$$\frac{x-5}{4-5} = \frac{y+1}{3+1},$$
$$\frac{x-5}{-1} = \frac{y+1}{4},$$
$$y+1 = -4x+20,$$
$$y = -4x+19.$$

Угловой коэффициент $k = -4$.

Тогда уравнение стороны AC , перпендикулярной высоте BD , имеет вид:

$$y - y_A = -\frac{1}{k}(x - x_A),$$

$$y-3 = \frac{1}{4}(x+3),$$

$$4y-12 = x+3,$$

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{15}{4}.$$

Сделаем чертеж:

