

Аналитическая геометрия. Полярная система координат

Пример решения задачи

Задача. Линия задана уравнением $r=r(\varphi)$ в полярной системе координат.

Требуется:

Построить линию по точкам, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$ и придавая φ значения через промежуток $\pi/8$.

Найти уравнение данной линии в декартовой прямоугольной системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью.

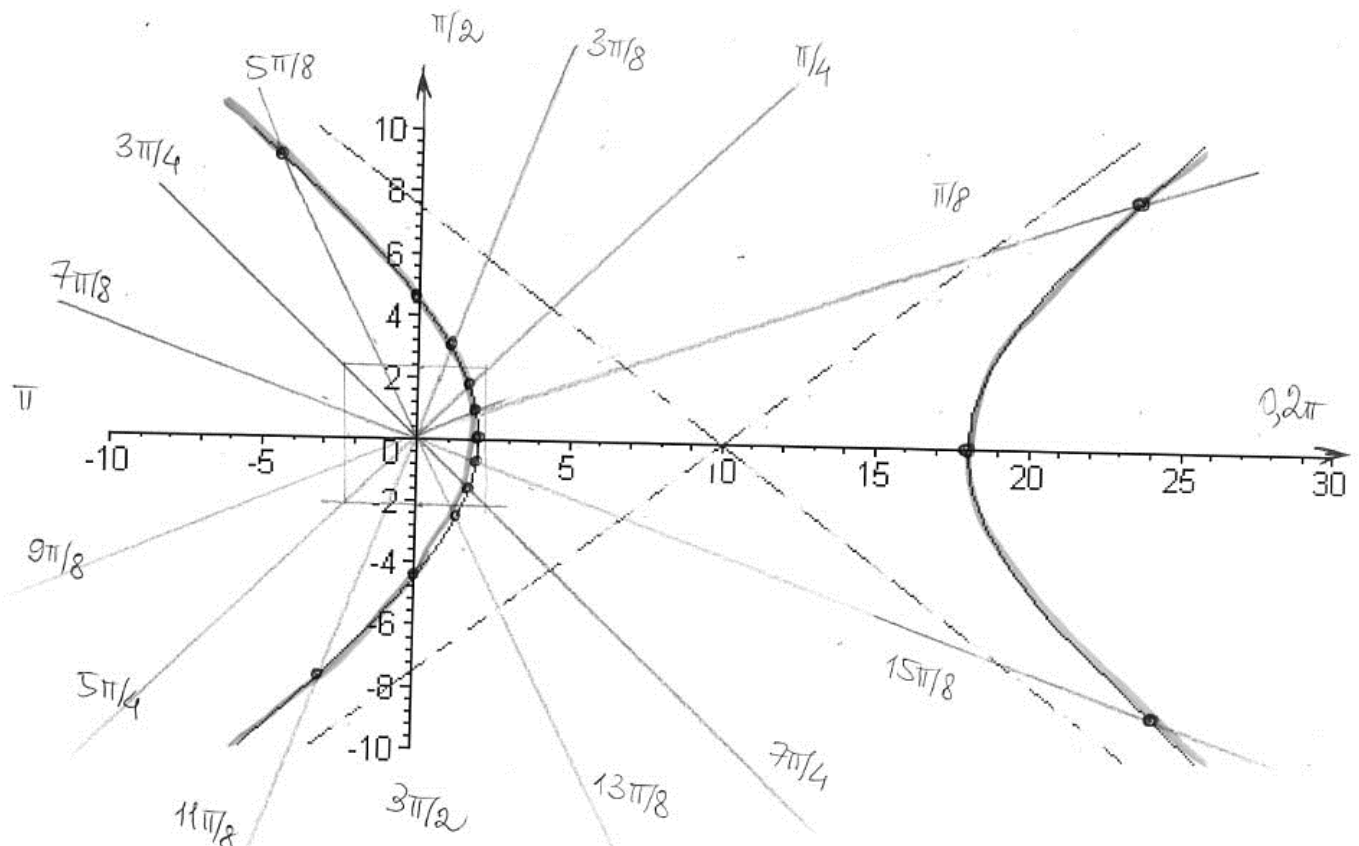
Назвать линию, найти координаты фокусов и эксцентриситет.

$$r = \frac{18}{4 + 5 \cos \varphi}$$

Решение. Составим таблицу, чтобы построить линию по точкам:

φ	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{8}$
r	2	2,088	2,389	3,044	4,5	8,627	38,754	-29,06
φ	π	$\frac{9\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{13\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{15\pi}{8}$
r	-18	-29,06	38,754	8,627	4,5	3,044	2,389	2,088

Строим линию по точкам:



Найдем уравнение этой линии, перейдя к декартовой системе координат по формулам:

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi, \\ y = r \sin \varphi. \end{cases}$$

Получаем:

$$r = \frac{18}{4 + 5 \cos \varphi},$$

$$4r + 5r \cos \varphi = 18$$

$$4\sqrt{x^2 + y^2} = 18 - 5x,$$

$$16(x^2 + y^2) = 324 - 180x + 25x^2,$$

$$9x^2 - 180x - 16y^2 + 324 = 0,$$

$$9(x^2 - 20x) - 16y^2 + 324 = 0,$$

$$9(x^2 - 20x + 100) - 16y^2 + 324 - 900 = 0,$$

$$9(x - 10)^2 - 16y^2 = 576,$$

$$\frac{(x - 10)^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1,$$

$$\frac{(x - 10)^2}{8^2} - \frac{y^2}{6^2} = 1.$$

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=geom

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

Получили каноническое уравнение гиперболы: $\frac{(x-10)^2}{8^2} - \frac{y^2}{6^2} = 1$.

Полуоси гиперболы $a = 8$, $b = 6$, тогда $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{64 + 36} = 10$. Фокусы находятся в точках $F_1(-10; 0)$ и $F_2(10; 0)$. Эксцентриситет $\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{10}{8} = 1,25$.