Аналитическая геометрия в пространстве
Пример решения задачи

Задача. *Найти угол между плоскостью* α *и прямой, проходящей через начало координат и точку* $M(-2,4,-3)$. *Вычислить расстояние от точки* M *до плоскости* α: $x+5y+7z-2=0$.

Решение. Так как прямая проходит через начало координат и точку $M(-2,4,-3)$, ее направляющий вектор равен
$\bar{a}=\overline{OM}=\{-2-0,4-0,-3-0\}=\{-2,4,-3\}$.

Так как уравнение плоскости α имеет вид $x+5y+7z-2=0$, то вектор нормали к плоскости, это $\bar{n}=\{1,5,7\}$.

Теперь можно найти угол β между плоскостью α и прямой по формуле:

$$\sin\beta=\frac{\bar{a}\cdot\bar{n}}{|\bar{a}|\cdot|\bar{n}|}=\frac{-2\cdot 1+4\cdot 5-3\cdot 7}{\sqrt{4+16+9}\sqrt{1+25+49}}=\frac{-2+20-21}{\sqrt{29}\sqrt{75}}=\frac{-3}{\sqrt{29}\sqrt{75}},$$

откуда $\beta=\arcsin\left(\frac{-3}{\sqrt{29}\sqrt{75}}\right)\approx-3,688^0$

Вычислим расстояние от точки $M(-2,4,-3)$ до плоскости α $(x+5y+7z-2=0)$ по формуле:

$$d=\frac{|x_M+5y_M+7z_M-2|}{|\bar{n}|}=\frac{|-2+5\cdot 4+7\cdot(-3)-2|}{\sqrt{75}}=\frac{|-2+20-21-2|}{\sqrt{75}}=\frac{5}{\sqrt{75}}=\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Ответ: $\beta\approx 3,688^0$, $d=\frac{1}{\sqrt{3}}$.