Аналитическая геометрия на плоскости
Пример решения задачи

Задача. *Дан параллелограмм ABCD, три вершины которого* $A(-3,5,-4)$, $B(-5,6,2)$, $C(3,-5,-2)$. *Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.*

Решение. Найдем координаты вектора $\overline{AB}=\{-5-(-3),6-5,2-(-4)\}=\{-2,1,6\}$.

Так как $ABCD$ - параллелограмм, то $\overline{AB}=\overline{CD}$, то есть $\overline{CD}=\{-2,1,6\}$.

По определению

$$\overline{CD}=\{x_D-x_C,y_D-y_C,z_D-z_C\}=\{x_D-3,y_D-(-5),z_D-(-2)\}=$$
$$=\{x_D-3,y_D+5,z_D+2\}=\{-2,1,6\},$$

поэтому

$x_D-3=-2,\ x_D=1,$

$y_D+5=1,\ y_D=-4,$

$z_D+2=6,\ z_D=4.$

Получаем координаты четвертой вершины $D(1,-4,4)$.

Найдем острый угол параллелограмма.

Найдем угол α между ребрами AB и AC, для чего вычислим координаты вектора $\overline{AC}$: $\overline{AC}=\{3-(-3),-5-5,-2-(-4)\}=\{6,-10,2\}$ и воспользуемся формулой скалярного произведения:

$$\cos\alpha=\frac{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}{|\overline{AB}|\cdot|\overline{AC}|}=\frac{-2\cdot6+1\cdot(-10)+6\cdot2}{\sqrt{4+1+36}\cdot\sqrt{36+100+4}}=\frac{-12-10+12}{\sqrt{41}\cdot\sqrt{140}}=\frac{-10}{\sqrt{41}\cdot\sqrt{140}},$$

Откуда $\alpha=\arccos\left(\frac{-10}{\sqrt{41}\cdot\sqrt{140}}\right)\approx97,584^0$.

Поскольку это тупой угол, искомый острый угол параллелограмма равен $\beta=180^0-\alpha=180^0-97,584^0=82,416^0\approx82^0.$

Ответ: $D(1,-4,4)$, $\beta \approx 82^0$.